

UN MODELO
MACROECONÓMICO
BVAR PARA
LA ECONOMÍA
ESPAÑOLA:
METODOLOGÍA
Y RESULTADOS

Fernando C. Ballabriga, Luis Julián
Álvarez González y Javier Jareño Morago

UN MODELO
MACROECONOMÉTRICO
BVAR PARA
LA ECONOMÍA
ESPAÑOLA:
METODOLOGÍA
Y RESULTADOS

Fernando C. Ballabriga, Luis Julián
Álvarez González y Javier Jareño Morago

El Banco de España, al publicar esta serie, pretende facilitar la difusión de estudios de interés que contribuyan al mejor conocimiento de la economía española.

Los análisis, opiniones y conclusiones de estas investigaciones representan las ideas de los autores, con las que no necesariamente coincide el Banco de España.

El Banco de España difunde algunos de sus informes más importantes a través de las redes INTERNET e INFOVÍA.

Las direcciones del servidor de información WWW en estas redes son:
<http://www.bde.es> y <http://www.bde.inf>, respectivamente.

ISSN: 0213-2699

ISBN: 84-7793-630-7

Depósito legal: M. 36088-1998

Imprenta del Banco de España

ÍNDICE

	<u>Páginas</u>
SIGLAS Y ABREVIATURAS EMPLEADAS	7
PRÓLOGO	9
PRIMERA PARTE	
ASPECTOS METODOLÓGICOS	
INTRODUCCIÓN	13
I. MODELOS VAR	17
I.1. Formulación	17
I.2. El modelo VAR irrestringido	18
I.2.1. Estimación	19
I.3. El modelo VAR bayesiano	21
I.3.1. Estimación	23
I.3.2. Variación temporal de los coeficientes	25
I.3.3. La información <i>a priori</i>	27
I.3.4. Eficiencia de la estimación conjunta	35
I.3.5. Cointegración	35
I.4. Identificación de los modelos VAR	36
I.4.1. Descripción formal	38
I.4.2. Estimación del modelo estructural	42
II. USOS DE LOS MODELOS VAR	45
II.1. La función de respuesta al impulso	47
II.2. La descomposición de varianza del error de predicción ..	48
II.3. Proyecciones futuras	50
II.4. Medida de la incertidumbre	53

SEGUNDA PARTE
UN MODELO MACROECONOMÉTRICO
PARA LA ECONOMÍA ESPAÑOLA

INTRODUCCIÓN	59
III. LAS VARIABLES DEL MODELO	63
III.1. El sector exterior	64
III.2. El sector monetario	66
III.3. El sector público	66
III.4. El sector privado (no monetario)	68
IV. LA ESPECIFICACIÓN DEL MODELO	71
IV.1. Descripción de la estructura del modelo	71
IV.2. Estimación de las formas reducidas	78
V. LAS INTERRELACIONES ENTRE LAS VARIABLES DEL MODELO	83
V.1. Motivación del esquema de identificación utilizado .	83
V.2. El mecanismo de transmisión de las perturbaciones y su contribución	87
VI. ALGUNAS APLICACIONES DEL MODELO	95
VI.1. La capacidad predictiva	95
VI.2. Predicciones de analistas y previsiones del modelo BVAR	102
VI.3. Predicción, incertidumbre y evaluación de objetivos .	105
VI.4. Algunas simulaciones	109
VII. CONCLUSIONES	119
BIBLIOGRAFÍA	121
ÍNDICE DE CUADROS	125
ÍNDICE DE GRÁFICOS	127

SIGLAS Y ABREVIATURAS EMPLEADAS

AAPP	Administraciones Públicas
AB Asesores	Sociedad de inversión Asesores Bursátiles
ACTM	Actividad mundial
AFI	Analistas financieros internacionales
ALP	Activos líquidos en manos del público
AR	Proceso autorregresivo
BAR	Modelo VAR bayesiano con ecuaciones univariantes autorregresivas
BCH	Banco Central Hispano
BVAR	Modelo VAR bayesiano
CEPREDE	Centro de Predicción Económica
EP1	Error de predicción a un año
EP2	Error de predicción a dos años
EP3	Error de predicción a tres años
FG Valores	Sociedad de valores Francisco González
FIES	Fondo para la Investigación Económica y Social
INT	Tipo de interés
IPC	Índice de precios de consumo
JP Morgan	Sociedad de inversión JP Morgan
L	Empleo
MA	Proceso media móvil
MCG	Mínimos cuadrados generalizados
MCO	Mínimos cuadrados ordinarios
MIN	Modelo con información <i>a priori</i> basado en regularidades empíricas
MIX	Estimador mixto de Theil
NCF	Déficit público

OCDE	Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico
PIB	Producto interior bruto
RPA	Remuneración por asalariado
SURE	Regresiones aparentemente no relacionadas (<i>Seemingly Unrelated Regression Equations</i>)
TCEN	Tipo de cambio efectivo nominal
UVAR	Modelo VAR irrestringido (<i>unrestricted VAR</i>)
VAR	Modelo de vectores autorregresivos

PRÓLOGO

Los procesos de toma de decisiones en contextos de incertidumbre por parte de los agentes económicos exigen sopesar la posible evolución futura de las variables de interés. Esta consideración resulta especialmente importante en el caso de los responsables de la política económica, dado que su acción u omisión condiciona la evolución de la economía. Dentro de este marco de incertidumbre, los modelos macroeconómicos constituyen una importante herramienta para escrutar las perspectivas futuras, a la vez que permiten calibrar, al menos de forma aproximada, el impacto de diferentes acciones de política económica sobre la evolución de las principales macromagnitudes. El modelo que se presenta en este trabajo es un exponente más del interés del Banco de España por disponer de herramientas idóneas para la realización de predicciones macroeconómicas que sirvan de apoyo para la toma de decisiones.

Dado que la incertidumbre asociada a las previsiones no es en absoluto desdeñable, parece imprescindible caracterizarla. En este sentido, los modelos econométricos en los que todas las variables se determinan dentro del propio modelo permiten evaluar la incertidumbre asociada a las predicciones. En este trabajo se ha optado por emplear un modelo macroeconómico de este tipo, de forma que se capten las interrelaciones existentes entre las principales variables y, al mismo tiempo, se puedan obtener medidas objetivas de incertidumbre sobre las proyecciones que se obtienen.

En términos más concretos, el modelo macroeconómico para la economía española que se expone en el presente estudio es un modelo trimestral, basado en la metodología VAR, que se ha venido usando periódicamente en el Banco de España durante los tres últimos años. En la primera parte del trabajo se presentan los resultados teóricos más relevantes de la metodología VAR, con referencia a la formulación, especificación, estimación, identificación y usos de este tipo de modelos. Se debe destacar que esta metodología se emplea cada vez con mayor frecuencia y ha pasado a formar parte del conjunto de herramientas usuales del economista aplicado, fundamentalmente por dos motivos. Por un

lado, los modelos de previsión VAR —y particularmente los BVAR— han alcanzado una considerable aceptación como instrumentos de predicción. Por otro, buena parte de los trabajos que pretenden interpretar la política económica se han desarrollado en un marco VAR estructural.

La segunda parte presenta el modelo, describiendo su elaboración y exponiendo algunos de sus usos. La exposición abarca los diferentes aspectos de la construcción del modelo. Así, se motiva la elección de variables y se detallan el conjunto de información *a priori* considerado, el criterio de ajuste que se ha seleccionado y el método de estimación seguido. Asimismo, los resultados obtenidos según este modelo se enfrentan a modelos alternativos, de forma que se permita una valoración más adecuada de sus características. La aparición de nuevas necesidades en el seguimiento de la economía española —derivadas de la modificación del esquema de política monetaria o de los requisitos necesarios para acceder a la unión monetaria— ha motivado la generación de algunos instrumentos basados en este modelo, con el objetivo de cubrir esas necesidades. El examen de algunos de estos instrumentos da fin a la presentación.

Un trabajo empírico que se emplea durante un período prolongado de tiempo es necesariamente deudor de un elevado número de personas. El respaldo continuado de José María Bonilla y José Viñals merece un reconocimiento especial. Además de las personas anteriores, Pilar L'Hotellerie, José Manuel Marqués, María de los Llanos Matea y Javier Vallés tuvieron la paciencia de leer una versión inicial de este trabajo, sobre la que realizaron diversos comentarios y sugerencias. Asimismo, queremos manifestar nuestro agradecimiento a todas aquellas personas, de este Servicio de Estudios o de otras instituciones, que en algún momento han realizado comentarios sobre alguna versión de este modelo o de sus resultados.

PRIMERA PARTE

ASPECTOS METODOLÓGICOS

INTRODUCCIÓN

La Comisión Cowles para la investigación económica tuvo su sede en Chicago desde 1939 a 1955. Durante ese período, y especialmente durante la década de los años cuarenta, sus miembros sentaron las bases de lo que se ha denominado econometría tradicional. Concretamente, la contribución de esta Comisión a la econometría tuvo dos elementos básicos: abogó en favor del uso de la inferencia estadística en economía y desarrolló hasta un estado operativo los modelos de ecuaciones simultáneas, abordando su identificación, estimación y validación.

Durante tres décadas, los principios econométricos surgidos de la Comisión definieron el marco de consenso para la profesión y monopolizaron la teoría y la práctica econométricas. Estos principios pueden sintetizarse en dos puntos básicos: 1) la imposición de restricciones en forma de valores nulos a los coeficientes (por ejemplo, la división *a priori* entre variables endógenas y exógenas), y 2) la especificación econométrica basada en la teoría económica. En el ámbito específico de la macroeconomía, Klein (1947) constituye el punto de partida en la línea de construir modelos macroeconómicos que pudieran ser útiles en los procesos de toma de decisiones de política económica. El tamaño de estos modelos fue en progresivo aumento, y de forma sistemática se emplearon para cuantificar el impacto macroeconómico de distintos escenarios definidos en términos de sendas alternativas para las variables exógenas del modelo.

En la segunda mitad de la década de los setenta, dos autores cuestionaron en sendos artículos clásicos los usos y principios de construcción básicos de los modelos macroeconómicos tradicionales: Lucas (1976) y Sims (1980). Ambas críticas a la estrategia de modelización tradicional eran tan profundas que, según estos autores, justificaban su abandono y el inicio de estrategias alternativas que corrigieran lo que ellos consideraban aspectos inaceptables de la metodología tradicional. De hecho, los artículos mencionados fueron muy influyentes en Estados Unidos, dando lugar al inicio de los programas de investigación propug-

nados por sus autores. Entre estos programas de investigación, el propugnado por Sims es el que centra la atención del presente trabajo (1).

La propuesta de Sims partió de una crítica directa a los métodos de construcción de los modelos tradicionales, que puede plantearse en los siguientes términos:

La validez de las restricciones utilizadas para obtener una interpretación estructural es crucial si se pretende defender que existe alguna conexión entre la realidad y el modelo utilizado para representarla. Sims consideró que las restricciones utilizadas para identificar los modelos macroeconómicos tradicionales son, en su mayoría, increíbles (2). La teoría económica no las justifica. En realidad, continúa el argumento, las teorías capaces de aportar restricciones inequívocas son escasas en comparación con el número de variables y ecuaciones que suelen incluir los modelos tradicionales. En particular, la pretendida exogenidad de gran parte de las variables es ficticia más que real.

Considérese, a modo de ilustración, el siguiente modelo econométrico:

$$\begin{aligned} Y_{1t} &= F(Y_{1t}, Y_{1t-1}, Y_{1t-2}, \dots, Y_{2t}, Y_{2t-1}, Y_{2t-2}, \dots; \delta_F) + u_{1t} \\ Y_{2t} &= G(Y_{2t}, Y_{2t-1}, Y_{2t-2}, \dots, Y_{1t}, Y_{1t-1}, Y_{1t-2}, \dots; \delta_G) + u_{2t} \end{aligned} \quad [\text{In.1}]$$

donde t es un índice temporal, u_1 y u_2 son las perturbaciones del modelo, δ_F y δ_G son vectores de parámetros y, por conveniencia, se han separado las variables del modelo en un vector Y_1 , representativo del sector privado, y otro Y_2 , el vector de variables de control por parte de los responsables de la política económica. Este modelo adolece del problema de identificación, al no poderse establecer cuál de las dos ecuaciones corresponde al comportamiento del sector privado y cuál al de los responsables de política económica. Para solucionarlo, una práctica común en la modelización tradicional ha sido la de tratar el vector de control como exógeno; es decir, reducir [In.1] a la siguiente especificación restringida:

$$\begin{aligned} Y_{1t} &= F(Y_{1t}, Y_{1t-1}, Y_{1t-2}, \dots, Y_{2t}, Y_{2t-1}, Y_{2t-2}, \dots; \delta_F) + u_{1t} \\ Y_{2t} &= G(Y_{2t}, Y_{2t-1}, Y_{2t-2}, \dots; \delta_G) + u_{2t} \end{aligned} \quad [\text{In.2}]$$

donde se ha eliminado el vector Y_1 de la ecuación G , y se realiza el supuesto de que las perturbaciones u_{1t} y u_{2t} son ortogonales (3). Ciertamente, la exogenidad de Y_2 garantiza la identificación de los bloques de

(1) Lucas (1976) dio origen a la econometría de las expectativas racionales.

(2) Esta idea había sido apuntada anteriormente por Liu (1960).

(3) Dicho supuesto no es habitual en la econometría tradicional.

ecuaciones F y G, pero se trata con alta probabilidad de un supuesto injustificado, puesto que, posiblemente, los responsables del control de Y_2 responden a los acontecimientos del sector privado reflejados en la evolución de Y_1 .

Según el argumento de Sims, cuando la identificación de un modelo descansa sobre bases tan frágiles, sus implicaciones acerca de las interrelaciones que subyacen en la economía difícilmente pueden ser consideradas, lo que lo descalifica como instrumento de análisis empírico.

La alternativa metodológica planteada en Sims (1980) fue la de especificar y estimar modelos macroeconómicos que no incorporaran *a priori* restricciones controvertidas (4). Se planteaba, de hecho, la propuesta de especificar modelos mínimamente restringidos en los que todas las variables con contenido económico claro tuvieran un tratamiento endógeno. Los modelos resultantes se conocen como vectores autorregresivos (VAR) (5). Este tipo de modelos parte de [In.1], donde se restringe a que en el primer miembro de la ecuación no puedan aparecer elementos contemporáneos a las variables situadas en el segundo miembro:

$$\begin{aligned} Y_{1t} &= F(Y_{1t-1}, Y_{1t-2}, \dots, Y_{2t-1}, Y_{2t-2}, \dots; \beta_F) + \varepsilon_{1t} \\ Y_{2t} &= G(Y_{2t-1}, Y_{2t-2}, \dots, Y_{1t-1}, Y_{1t-2}, \dots; \beta_G) + \varepsilon_{2t} \end{aligned} \quad [\text{In.3}]$$

Junto a los supuestos de que las funciones F y G son lineales y de que el vector de perturbaciones estocásticas $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ es ruido blanco, [In.3] sería la representación VAR del vector de variables endógenas (Y_1, Y_2) , como se hace explícito en el capítulo siguiente.

La puesta en práctica de la propuesta metodológica de Sims encontró pronto obstáculos que acabaron convirtiéndose en fuentes de discusión e investigación durante los años ochenta y noventa. El primero fue la amplia parametrización de los modelos VAR. El segundo fue la ausencia de una propuesta específica de identificación, de manera que los modelos VAR eran modelos en forma reducida que carecían de interpretación económica. En la actualidad, tanto el problema de los grados de libertad como el problema de la identificación han sido resueltos de manera relativamente satisfactoria, lo que ha facilitado la difusión de la filosofía de los métodos VAR. Dicha filosofía parte del reconocimiento de que existe una amplia incertidumbre acerca del verdadero mecanismo generador de los datos económicos. La consecuencia inmediata de tal reco-

(4) No obstante, desde el punto de vista de la modelización VARMA esto puede ser discutible.

(5) Dichos modelos se conocen en la literatura a partir de Quenouille (1957).

nocimiento es que una estrategia de modelización apropiada debe permitir incorporar de forma explícita en el proceso de especificación del modelo esa incertidumbre, con el fin de permitir su tratamiento sistemático y objetivo. Y esta es precisamente la idea que justifica la insistencia en la frugalidad de las restricciones, de forma que pueda abordarse la extracción de las regularidades empíricas relevantes mediante una lectura lo más objetiva posible de los datos económicos.

Esta idea de fondo está siempre presente en los métodos y usos que se describen en el resto de esta parte metodológica (6).

(6) Canova (1995) presenta una exhaustiva recopilación sobre la especificación y uso de estos modelos.

MODELOS VAR

I.1. Formulación

En su formulación más común, la representación autorregresiva de un proceso estocástico vectorial Y de dimensión n es, para todo t , la siguiente:

$$Y_t = B(L)Y_t + DZ_t + \varepsilon_t \quad [I.1]$$

$$\varepsilon_t \sim \text{iid}(0, \Sigma)$$

donde $B(L) = \sum_{s=0}^m B_s L^s$ es un polinomio matricial en el operador de retardos L (tal que $L^s Y_t \equiv Y_{t-s}$), con B_s una matriz de dimensiones $n \times n$ y B_0 la matriz nula, es decir, no existen términos contemporáneos, m denota el número de retardos incluidos de cada uno de los n componentes endógenos del vector Y , Z es un vector con d componentes determinísticos y D es una matriz de coeficientes de dimensiones $n \times d$. Por último, ε_t es un proceso vectorial de ruido blanco, de dimensión n , con media cero y matriz de covarianzas Σ . El nombre de vector autorregresivo surge como natural para el modelo [I.1] cuando se observa que relaciona un vector de variables con su propio pasado. En efecto, desarrollando [I.1]:

$$Y_t = B_1 Y_{t-1} + B_2 Y_{t-2} + \dots + B_m Y_{t-m} + DZ_t + \varepsilon_t \quad [I.2]$$

Alternativamente, la representación autorregresiva del vector estocástico Y puede formularse en los siguientes términos:

$$Y_t = X_{t-1} \beta + \varepsilon_t \quad [I.3]$$

donde

$$\mathbf{X}_{t-1} = \begin{pmatrix} \bar{\mathbf{X}}_{t-1} & \mathbf{0}' & \dots & \mathbf{0}' \\ \mathbf{0}' & \bar{\mathbf{X}}_{t-1} & \dots & \mathbf{0}' \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{0}' & \mathbf{0}' & \dots & \bar{\mathbf{X}}_{t-1} \end{pmatrix}$$

(n × nk)

$$\bar{\mathbf{X}}_{t-1} = \begin{pmatrix} \mathbf{Y}_{t-1} \\ \mathbf{Y}_{t-2} \\ \cdot \\ \cdot \\ \mathbf{Y}_{t-m} \\ \mathbf{Z}_t \end{pmatrix}; \quad \beta = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \beta_n \end{pmatrix}$$

(k × 1) ; (nk × 1)

Cada bloque de ceros en \mathbf{X}_{t-1} es un vector de dimensión k, siendo k igual a $nm + d$, al igual que los subvectores β_i , $i = 1, \dots, n$, que contienen apiladas las filas i-ésimas de las matrices de coeficientes \mathbf{B}_s , $s = 1, \dots, m$, y D en la formulación [I.1]. El signo «'» indica transposición.

Como instrumentos de representación de procesos estocásticos, los modelos VAR proporcionan un marco teórico muy general. Granger y Newbold (1986) indican que si no se restringe el número de retardos (m, que puede ser infinito) y se admite la posibilidad de que los coeficientes del modelo dependan de t, cualquier proceso estocástico (estacionario o no) puede aproximarse mediante una representación autorregresiva (1). Esta generalidad, además de ser acorde con el espíritu poco restrictivo de la metodología, convierte a los modelos VAR en atractivos puntos de partida para la modelización econométrica, a la vez que en marco de referencia revelador de las restricciones efectivamente incorporadas en modelos alternativos, puesto que cualquier modelo econométrico de ecuaciones simultáneas o de series temporales puede ser expresado en la forma reducida [I.1]-[I.3].

I.2. El modelo VAR irrestringido

El vector autorregresivo irrestringido (UVAR, siglas de *Unrestricted Vector AutoRegression*) se obtiene, dado un número de retardos, con la

(1) Aunque las expresiones [I.1] y [I.3] no incorporan la posibilidad de variación temporal en los coeficientes, más adelante esta se considerará de forma explícita.

representación [I.1]. El calificativo «irrestringido» refleja el hecho de que el modelo UVAR incorpora un mínimo de restricciones necesario para ser operativo: la selección de un conjunto de n variables, la concreción de la relación algebraica que las conecta (lineal) y un conjunto de k parámetros que permita disponer de los suficientes grados de libertad para generar estimaciones de calidad estadística aceptable.

El modelo UVAR ha sido el mayoritariamente usado en las aplicaciones de la metodología VAR. Dos razones explican probablemente este hecho: por un lado, su amplia generalidad como instrumento de representación de procesos estocásticos y, por otro, su fácil estimación mediante métodos con adecuadas propiedades estadísticas, como el método de mínimos cuadrados ordinarios (MCO), que se examina a continuación (2).

1.2.1. Estimación

Tomemos como referencia el marco de regresión lineal, cuya notación ha sido utilizada en la formulación [I.3]. Como es bien sabido, el estimador MCO tiene propiedades deseables en dicho marco. En concreto, este estimador es consistente y posee una distribución asintótica normal, siendo el estimador lineal insesgado más eficiente. La pregunta de interés es si estas propiedades se mantienen en el marco UVAR.

Para apuntar una respuesta a esta pregunta, obsérvese que una diferencia entre el marco UVAR y el de regresión lineal está en el carácter estocástico de los regresores en el primer caso y determinista en el segundo. El carácter determinista de las variables explicativas en el modelo de regresión lineal es el que, por un lado, permite que los estimadores MCO sean insesgados, siendo aplicable el teorema de Gauss-Markov, y, por otro, facilita la derivación de sus propiedades asintóticas.

Cuando los regresores son estocásticos, surge una mayor casuística, siendo necesario distinguir entre su carácter estacionario o no y considerar su relación con el término de error del modelo. En particular, si las variables del modelo considerado son estacionarias y los regresores estadísticamente independientes del término de error, las propiedades que el estimador MCO tiene en el marco determinista de regresión, condicionadas a las observaciones muestrales, se mantienen.

(2) En general, la atención se va a centrar en procedimientos de estimación que no requieren supuestos explícitos acerca de la distribución de las perturbaciones estocásticas. Es por ello por lo que, con carácter general, no se van a considerar procedimientos como los máximo-verosímiles.

Ciertamente, las variables incluidas en el modelo UVAR pueden ser estacionarias, pero, sin embargo, sus regresores no son independientes del término de error. En concreto, en un modelo UVAR los regresores estarán correlacionados con las perturbaciones desfasadas. En términos formales:

$$E [\varepsilon'_{t-s} X_{t-1}] \neq 0, \quad s \geq 2 \quad [1.4]$$

Aunque esta característica supone que determinadas propiedades dejan de cumplirse, no es insalvable. De hecho, es cierto que: *a)* el vector de perturbaciones del modelo UVAR constituye, por definición, una sucesión de vectores aleatorios independientes, y *b)* no existe correlación entre el valor corriente de la perturbación y los regresores del modelo; es decir:

$$E [\varepsilon_t X_{t-1}] = 0 \quad [1.5]$$

Sujeto a ciertas condiciones de regularidad, las condiciones *a)* y *b)* resultan ser suficientes para poder aplicar los teoremas de Mann-Wald y de Cramèr [véase, por ejemplo, Harvey (1981)], que combinados permiten demostrar que, en un modelo de variables estacionarias con regresores estocásticos, el estimador MCO mantiene asintóticamente las mismas propiedades que en el marco de regresión lineal. Un modelo UVAR estacionario puede, por tanto, ser estimado adecuadamente mediante el método MCO.

En el marco no estacionario, la existencia de raíces unitarias y de posibles relaciones de cointegración entre los componentes del vector Y no resulta en una merma de las propiedades asintóticas del estimador MCO del modelo UVAR. Sims, Stock y Watson (1990) demuestran que, si no se tienen en cuenta las posibles restricciones de cointegración existentes y se estima el modelo en niveles, dicho estimador es consistente; y Park y Phillips (1989) y Ahn y Reinsel (1990), que posee las mismas propiedades asintóticas que el estimador máximo verosímil que incorpora las restricciones de cointegración.

Una cuestión adicional que surge en el proceso de estimación de un modelo UVAR es la de si la aplicación del método MCO a cada una de las n ecuaciones del sistema supone una pérdida de eficiencia con respecto a la alternativa de estimar las n ecuaciones conjuntamente por mínimos cuadrados generalizados (MCG).

La teoría de regresión proporciona el marco de referencia adecuado para responder a esta cuestión; más concretamente, el marco de referencia útil es en este caso el de regresiones aparentemente no relacionadas (SURE, siglas de *Seemingly Unrelated Regressions*). Dos resultados

estándar del marco SURE son que la estimación MCG y la estimación MCO coinciden cuando hay ausencia de correlación contemporánea entre los componentes del término de error (Σ es diagonal, en nuestra notación) o cuando el conjunto de regresores es el mismo en las n ecuaciones. En cualquiera de estos dos casos, la estimación conjunta no proporciona ganancias en términos de eficiencia [véase Harvey (1981), por ejemplo].

En un modelo UVAR, Σ no suele ser diagonal, pero en cambio todas las ecuaciones tienen exactamente los mismos regresores. Bajo esta condición se tiene que los estimadores MCO y MCG coinciden. Este resultado justifica la práctica usual de estimar uniecuacionalmente los sistemas UVAR.

I.3. El modelo VAR bayesiano

Como es apreciable en las expresiones [I.1] y [I.3], la generalidad de la representación autorregresiva está basada en su amplia parametrización. Pero esta generosidad en la especificación puede ser excesiva, ya que el número de coeficientes crece cuadráticamente con el número de variables incluidas y proporcionalmente con el número de retardos de cada variable, según la expresión $n(nm + d)$.

El modelo UVAR, descrito en el apartado anterior, pretende explotar la generalidad de la representación autorregresiva de manera directa, sin que, una vez seleccionado m , medie ningún tipo de restricción adicional en la estructura de retardos. Como resultado, el modelo tiende a estar muy parametrizado. Obsérvese, por ejemplo, que un modelo UVAR con cinco variables endógenas de las que se incluyan cuatro retardos y un término constante por ecuación contendrá un total de 105 coeficientes.

Los modelos muy parametrizados no son, sin embargo, los más adecuados para el análisis empírico de datos macroeconómicos, debido a que la información macroeconómica tiende a ser escasa, además de contener una alta proporción de variabilidad aleatoria. La conjunción de un modelo muy parametrizado con información muestral escasa y altamente aleatoria, junto con un método que minimiza la distancia a los datos, provoca el *sobreajuste*; es decir, el fenómeno según el cual el modelo resultante refleja, fundamentalmente, la variabilidad empírica aleatoria (ruido) en vez de la sistemática (señal).

En este contexto, el analista de series macroeconómicas que quiera recurrir al marco UVAR se ve obligado a especificar modelos de tamaño reducido. De hecho, no es habitual encontrar aplicaciones UVAR que

contengan más de cinco o seis variables. Este es un obstáculo realmente paradójico: como ya hemos señalado, la metodología VAR pretende ser una alternativa a la modelización econométrica tradicional evitando exclusiones controvertidas, pero el marco UVAR no es realmente una alternativa operativa a los modelos macroeconómicos tradicionales, debido a que su generosa parametrización agota con rapidez los grados de libertad disponibles, incluso en modelos de tamaño reducido, dando como resultado modelos que adolecen del problema de la sobreparametrización.

La dimensión bayesiana de la metodología VAR fue propuesta por Litterman (1980) y Doan, Litterman y Sims (1984), con el objetivo de ofrecer una solución al problema de sobreajuste de los modelos UVAR distinta a la consistente en recurrir a la teoría económica y a los contrastes estadísticos como fuentes de restricciones de exclusión, una solución habitual en los modelos econométricos de ecuaciones simultáneas. En consonancia con el espíritu poco restrictivo de la metodología, se pretendía evitar la influencia de la variabilidad aleatoria en la estimación sin tener que confrontar la disyuntiva de incluir o excluir retardos de las distintas variables, de forma que el modelo resultante mantuviese la generalidad de la representación autorregresiva.

La vía de solución bayesiana surge como natural cuando se percibe lo insatisfactoria que resulta la necesidad de tomar decisiones de inclusión o exclusión en situaciones en las que el analista nunca sabe *a priori* con seguridad si el valor de un determinado coeficiente es nulo, ni tiene un desconocimiento absoluto sobre el valor de los coeficientes del modelo, situaciones habituales en el análisis econométrico. La perspectiva bayesiana permite evitar estas exclusiones y expresar de forma más realista la información de que se dispone, mediante la asignación de distribuciones de probabilidad a los distintos coeficientes del modelo.

Más concretamente, los autores mencionados anteriormente propusieron complementar la representación autorregresiva con la especificación de una distribución *a priori* sobre los coeficientes que, sin ser difusa (según la cual cualquier valor tendría la misma probabilidad) ni poner todo el peso en un solo valor, ofreciera un rango razonable de incertidumbre y pudiera ser modificada por la información muestral cuando ambas fuentes de información difirieran sustancialmente. Mientras la información *a priori* no sea excesivamente difusa, solo se verá previsiblemente alterada por la variabilidad sistemática, y no por la aleatoria, reduciéndose así el riesgo de sobreajuste.

La implementación de esta idea supone especificar formalmente una distribución de probabilidad para el vector de coeficientes β y combinarla con la representación [I.1]-[I.3]. El modelo resultante de esta combina-

ción se denomina vector autorregresivo bayesiano (BVAR, siglas de *Bayesian Vector AutoRegression*).

1.3.1. Estimación

Cuando se adopta el enfoque bayesiano, β es un vector aleatorio y no un vector de parámetros. Es necesario insistir en este punto. La econometría tradicional o, en general, la econometría no bayesiana parte del supuesto de la existencia de un vector de parámetros verdaderos. Sin embargo, la econometría bayesiana no considera como parámetros los coeficientes del modelo, sino como variables aleatorias que, como tales, poseen una función de distribución. En este sentido, caracterizar el comportamiento estocástico de Y_t condicionado a X_{t-1} requiere supuestos explícitos, tanto acerca de β como de ε_t . En el marco BVAR, los siguientes supuestos son usuales:

$$\begin{aligned} \beta | X_{t-1} &\sim N(\bar{\beta}_{t-1}, \Omega_{t-1}) \\ \varepsilon_t | X_{t-1} &\sim N(0, \Sigma) \end{aligned} \tag{I.6}$$

β y ε_t son variables aleatorias independientes.

Los dos primeros supuestos reflejan que, condicionando a la información disponible al principio del período t , el vector de coeficientes β y el vector de perturbaciones ε tienen una distribución normal multivariante, con la media y varianza especificados. El supuesto de normalidad no es ineludible, pero es conveniente. Es decir, lo que realmente se busca es un modelo flexible para incorporar información *a priori* en el análisis, y el supuesto de normalidad permite explotar las adecuadas propiedades del marco gaussiano.

Comencemos por señalar que, desde la perspectiva bayesiana, el problema de estimar este modelo econométrico se reduce al problema de aplicar el teorema de Bayes para obtener en todo t la distribución *a posteriori* de $[\beta | X_{t-1}, Y_t]$ a partir de la distribución *a priori* de $[\beta | X_{t-1}]$ (3) en [I.6] y de la información muestral para el momento t . Nos centraremos primero en la obtención de la distribución *a posteriori*, para discutir después la selección de la información *a priori* (4).

(3) En un sentido estricto, esta distribución incorpora información muestral hasta el momento $t - 1$.

(4) Desde el punto de vista estrictamente bayesiano, Σ debe ser también parte del problema de estimación. Es decir, el problema debería ser el de obtener una distribución *a posteriori* para $[\beta, \Sigma | X_{t-1}, Y_t]$ a partir de una distribución *a priori* para $[\beta, \Sigma | X_{t-1}]$. Lo usual en la literatura sobre modelos BVAR ha sido, sin embargo, proceder condicionando en Σ y centrar la atención en el vector de coeficientes β . En esta exposición nos ceñiremos a este marco.

La técnica de estimación mixta de Theil [Theil (1971)] proporciona un marco adecuado para obtener la distribución *a posteriori* del vector de coeficientes, al permitir, por un lado, combinar las distintas fuentes de información disponibles (*a priori* y muestral en este caso) y ser, por otro lado, interpretable en términos bayesianos (5). Para aplicarla, necesitamos, en primer lugar, expresar nuestra información *a priori* en forma de observaciones ficticias. En concreto, obsérvese que la distribución en la primera línea de la expresión [1.6] puede expresarse de la siguiente manera:

$$\beta = \bar{\beta}_{t-1} + \eta_{t-1} \quad [1.7]$$

donde

$$\eta_{t-1} \sim N(0, \Omega_{t-1})$$

La expresión [1.7] constituye, como decimos, el conjunto de información *a priori* sobre el vector de coeficientes β . El segundo conjunto de información viene dada por [1.3], que define la conexión entre el vector de observables Y_t y β , y que, por conveniencia, se reproduce a continuación:

$$Y_t = X_{t-1}\beta + \varepsilon_t \quad [1.8]$$

El vector de perturbaciones ε_t queda caracterizado por la segunda línea de la expresión [1.6], y es, según la tercera línea de la misma expresión, independiente del vector de perturbaciones η_{t-1} en [1.7].

Las restricciones lineales estocásticas [1.7] y [1.8] contienen la información sobre β disponible en t , y pueden combinarse de la siguiente manera:

$$\begin{pmatrix} \bar{\beta}_{t-1} \\ Y_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I \\ X_{t-1} \end{pmatrix} \beta + \begin{bmatrix} -\eta_{t-1} \\ \varepsilon_t \end{bmatrix} \quad [1.9]$$

donde

$$\begin{bmatrix} \eta_{t-1} \\ \varepsilon_t \end{bmatrix} \sim N \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \Omega_{t-1} & 0 \\ 0 & \Sigma \end{bmatrix} \right)$$

(5) La distribución *a posteriori* puede obtenerse de formas alternativas. Por ejemplo, en Ballabriga (1991,1997) se utiliza el esquema de actualización proporcionado por el filtro de Kalman.

El estimador mixto de Theil de β , β_t^{MIX} , se obtiene aplicando el método MCG al sistema [I.9]. El resultado es el siguiente:

$$\begin{aligned}\beta_t^{\text{MIX}} &= [\Omega_{t-1}^{-1} + X'_{t-1}\Sigma^{-1}X_{t-1}]^{-1} [\Omega_{t-1}^{-1}\bar{\beta}_{t-1} + X'_{t-1}\Sigma^{-1}Y_t] \\ \text{Cov}(\beta_t^{\text{MIX}}) &= [\Omega_{t-1}^{-1} + X'_{t-1}\Sigma^{-1}X_{t-1}]^{-1}\end{aligned}\quad [\text{I.10}]$$

La pregunta es ahora cuál es la conexión entre los estimadores en [I.10] y la distribución *a posteriori* de $[\beta|X_{t-1}, Y_t]$. Y la respuesta se obtiene mediante la interpretación bayesiana de la técnica de estimación mixta de Theil: si se interpreta [I.7], es decir, la información *a priori* especificada, como una segunda muestra independiente de la muestra de observables $[Y_t, X_{t-1}]$ en [I.8]. Con la información *a priori* incorporada en forma de muestra ficticia en [I.9], procedemos como si nuestra información sobre β fuera difusa. Combinando entonces la verosimilitud del modelo [I.9] con la información difusa de β se obtiene su distribución *a posteriori*, que resulta ser, aproximadamente, normal con media y varianza dadas por [I.10] [véase Theil (1971)]. Es decir, se tiene que:

$$[\beta|X_{t-1}, Y_t] \sim N(\bar{\beta}_t, \Omega_t) \quad [\text{I.11}]$$

donde

$$\begin{aligned}\bar{\beta}_t &= \beta_t^{\text{MIX}} \\ \Omega_t &= \text{Cov}(\beta_t^{\text{MIX}})\end{aligned}$$

Puede concluirse, por tanto, que, condicionado en Σ , [I.10] es un procedimiento de actualización del estimador bayesiano. Si se emplea de forma iterativa para todas las observaciones muestrales, puede obtenerse $\bar{\beta}_T$ y Ω_T , completando así el proceso de estimación desde la óptica bayesiana.

I.3.2. Variación temporal de los coeficientes

La descripción de la metodología BVAR se ha realizado hasta el momento bajo el supuesto de que el vector de coeficientes β tiene una distribución invariante en el tiempo que las sucesivas observaciones muestrales permiten estimar con progresiva mayor precisión. Es habitual, sin embargo, que el analista crea que en su muestra puedan existir comportamientos no lineales. Esta creencia puede incorporarse de forma explícita en el modelo, admitiendo como parte del conjunto de información *a priori* la posibilidad de que la distribución del vector de coeficientes β se modifique con el tiempo.

La variación temporal es una característica relativamente habitual de los modelos BVAR, que flexibiliza su especificación y proporciona un mecanismo útil para captar posibles no linealidades en la muestra sin necesidad de tener que modelizar de forma explícita la fuente del cambio.

Aunque son posibles otras parametrizaciones, la forma más corriente de incorporar la variación temporal en el marco BVAR es especificando la ley de movimiento temporal de β como un proceso autorregresivo de primer orden. Esta ley de movimiento suele ser suficiente para captar posibles desplazamientos de la estructura lineal del modelo, permitiendo, además, que el análisis se mantenga dentro del marco gaussiano. De hecho, el marco descrito en el apartado anterior puede generalizarse cómodamente para incorporar este tipo de variación temporal. En concreto, el vector de coeficientes del modelo toma ahora la siguiente forma:

$$\beta_t = \begin{bmatrix} \beta_{1t} \\ \beta_{2t} \\ \cdot \\ \cdot \\ \beta_{nt} \end{bmatrix} \quad [1.12]$$

donde el índice temporal añadido indica que las propiedades estocásticas del vector dependen del tiempo. Es decir, en este contexto el vector de coeficientes es un proceso estocástico con distribución variable en el tiempo. Como consecuencia, la caracterización del comportamiento estocástico de Y_t condicionado en X_{t-1} exige ampliar el conjunto de supuestos en [1.6] para tener en cuenta esta dependencia temporal. El conjunto de supuestos utilizado es el siguiente:

$$\begin{aligned} \beta_{t-1} | X_{t-1} &\sim N(\bar{\beta}_{t-1}, \Omega_{t-1}) \\ \varepsilon_t | X_{t-1} &\sim N(0, \Sigma) \\ \beta_t &= S\beta_{t-1} + u_t \\ u_t | X_{t-1} &\sim N(0, \varphi) \\ \beta_{t-1}, u_t \text{ y } \varepsilon_t &\text{ independientes} \end{aligned} \quad [1.13]$$

donde S y φ son matrices cuadradas de orden nk , cuya estructura se especificará más adelante.

La distribución *a priori* de $[\beta_{t-1} | X_{t-1}]$ (es decir, el equivalente al primero de los supuestos del marco BVAR representado por la primera

ecuación de [I.6]), se obtiene ahora combinando las tres primeras líneas de [I.13], resultando:

$$[\beta_{t-1}|X_{t-1}] \sim N(\beta_{t-1}^*, \Omega_{t-1}^*) \quad [1.14]$$

donde

$$\begin{aligned} \beta_{t-1}^* &= S\bar{\beta}_{t-1} \\ \Omega_{t-1}^* &= S\Omega_{t-1}S' + \varphi \end{aligned}$$

El análisis del apartado anterior es válido entonces con la simple sustitución, en todo t , de $\bar{\beta}_{t-1}$ y Ω_{t-1} por β_{t-1}^* y Ω_{t-1}^* , respectivamente, dando lugar al siguiente esquema de actualización:

$$\begin{aligned} \beta_{\text{MIX}t} &= [\Omega_{t-1}^{*-1} + X'_{t-1}\Sigma^{-1}X_{t-1}]^{-1} [\Omega_{t-1}^{*-1}\beta_{t-1}^* + X'_{t-1}\Sigma^{-1}Y_t] \\ \text{Cov}(\beta_{\text{MIX}t}) &= [\Omega_{t-1}^{*-1} + X'_{t-1}\Sigma^{-1}X_{t-1}]^{-1} \end{aligned} \quad [1.15]$$

Obsérvese, finalmente, que el marco con variación temporal genera como caso particular el marco sin variación temporal cuando S es la identidad y φ es la matriz nula, en cuyo caso el conjunto de supuestos en [I.13] es idéntico al de [I.6], y los esquemas de actualización [I.10] y [I.15] coinciden.

1.3.3. La información a priori

Como ya se mencionó en referencia a [I.10], para que el esquema de actualización del estimador mixto expresado en [I.15] sea operativo es necesario disponer en el primer período muestral ($t = 1$) de una especificación inicial para la matriz Σ y de la distribución *a priori* correspondiente a [I.14], la cual requiere en sí misma especificar las matrices S , φ y Ω_0 , así como el vector $\bar{\beta}_0$. Esta especificación inicial permite completar el conjunto de información *a priori* del modelo.

La elección de la información *a priori* es, sin duda, el aspecto más distintivo en el proceso de especificación de los modelos BVAR. En principio, esta información puede adoptar formas y tener orígenes diversos; de aquí su atractivo. Sin embargo, en el marco de la metodología BVAR la información tiene, como ya se ha mencionado, el propósito principal de reducir el riesgo de sobreajuste sin mermar la generalidad de la representación del modelo. Se trata, en este sentido, de una información puramente instrumental, que, como tal, no pretende ser cierta en media, sino ofrecer un rango realista de mecanismos generadores de datos entre los

que el analista pueda elegir el más apropiado para explicar la variabilidad de sus datos muestrales.

Por otra parte, y en consonancia con su carácter instrumental, la información *a priori* habitual en el marco BVAR tiene un origen estadístico-empírico, careciendo de contenido económico (6). Esta «neutralidad» económica de partida pretende que la especificación resultante pueda ser aceptada por un amplio espectro de analistas, con independencia de que puedan discrepar en su visión sobre cuál es la verdadera estructura de la economía analizada.

En concreto, la columna vertebral de la información *a priori* está constituida por tres regularidades empíricas características del análisis estadístico de series temporales:

- 1) La hipótesis de que la mejor predicción del valor futuro de una serie es su valor corriente (la denominada hipótesis de paseo aleatorio) aproxima de manera satisfactoria el comportamiento de muchas series económicas.
- 2) Los valores retardados recientes de una serie suelen contener más información sobre su valor corriente que sus valores retardados más lejanos.
- 3) Los valores retardados de una serie suelen contener más información sobre su valor corriente que los valores retardados de otras variables.

Como se desprende de la descripción formal del modelo realizada en los apartados anteriores de esta misma sección, y en particular de la distribución *a priori* expresada en [I.14], el mecanismo elegido para incorporar la información *a priori* consiste en especificar una distribución normal multivariante. Lo que se pretende es que la información *a priori* contenga las regularidades 1) a 3), y el supuesto de normalidad permite incorporarlas, además de proporcionar la conveniencia analítica del marco gaussiano. De hecho, la manera más directa de proceder es definir la distribución *a priori* expresada en [I.14] en $t = 0$ como un conjunto de nk distribuciones normales independientes, una para cada coeficiente del modelo, parametrizadas de forma individual en línea con las regularidades 1) a 3). Sin embargo, esta estrategia de parametrización individualizada conduciría al sobreajuste, que es precisamente lo que se pretende evitar.

Una estrategia alternativa consiste en mantener el supuesto de independencia entre las nk distribuciones *a priori*, pero introduciendo una de-

(6) Una excepción es el trabajo de Ingram y Whiteman (1994).

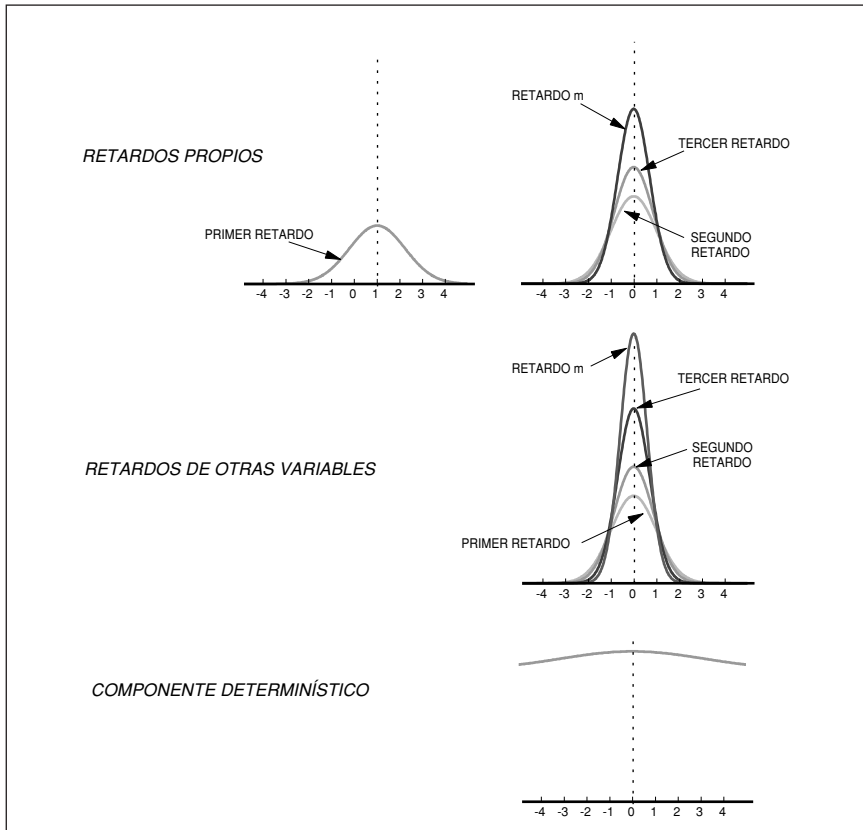
pendencia funcional entre todas ellas y un conjunto reducido de parámetros que permitan controlar sus dimensiones básicas para que reflejen las regularidades 1) a 3). Estos parámetros reciben el nombre de hiperparámetros en la terminología de la metodología BVAR, a fin de distinguirlos del uso del término parámetro en el marco de la econometría clásica.

En el gráfico I.1 se presenta la función de densidad *a priori* para una ecuación representativa del sistema [I.3] e ilustra cómo se incorporan las regularidades 1) a 3):

- El rasgo 1) se incorpora especificando una media igual (o cercana) a uno para la distribución del coeficiente del primer retardo propio, e igual a cero para el resto de los coeficientes.
- La regularidad 2) queda reflejada en la reducción de la varianza de las distribuciones conforme aumenta el retardo considerado, de forma que, cuanto más alejado es el retardo considerado, mayor es la probabilidad en el entorno de cero de la distribución de su coeficiente.
- La característica 3), finalmente, se introduce asignando a los retardos propios (fila 1 del gráfico) una varianza mayor que a los retardos de otras variables (fila 2 del gráfico), lo que hace más probable que estos últimos sean cero.

La representación expuesta en el gráfico I.1 también da una idea de la naturaleza del conjunto de hiperparámetros de control. Así, uno de los hiperparámetros suele controlar la media del coeficiente del primer retardo propio. Un segundo hiperparámetro controla la varianza de las distribuciones de los coeficientes de los retardos propios, y un tercero la de los coeficientes de los retardos de otras variables. Un cuarto hiperparámetro controla la velocidad a la cual la varianza de los coeficientes (tanto propios como de otras variables) se reduce conforme el retardo considerado aumenta. Por otro lado, se suele partir del supuesto de que el analista no dispone de información específica acerca del componente determinístico, por lo que la distribución *a priori* para su coeficiente es difusa (fila 3 del gráfico).

Un hiperparámetro adicional suele especificarse para controlar el grado global de incertidumbre con que se incorporan los coeficientes del modelo. Este aspecto resulta crucial para determinar el peso relativo asignado a la información *a priori* y muestral, respectivamente. En términos del gráfico I.1, un incremento de este hiperparámetro provocaría un aumento generalizado de la varianza de las distribuciones, de forma que el peso relativo de la información *a priori* se reduciría. En el límite, si este

RASGOS BÁSICOS DE LA INFORMACIÓN *A PRIORI*

hiperparámetro tomase un valor muy elevado, las distribuciones *a priori* de todos los coeficientes serían difusas (en términos del gráfico I.1, todas las distribuciones serían semejantes a la presentada para el componente determinístico en la fila 3), la información *a priori* no tendría ningún peso y, por tanto, todo elemento bayesiano quedaría eliminado.

Ciertamente, en aplicaciones específicas (como la que se presenta en la segunda parte de este trabajo) el analista puede desear controlar otras dimensiones de la información *a priori* que considere relevantes para el caso (por ejemplo, la dimensión estacional o la de largo plazo), pero las dimensiones descritas son comunes en todas las aplicaciones de la metodología BVAR.

Retomando de nuevo la descripción formal del modelo, se explicitan a continuación estas ideas en términos de los elementos que definen la distribución *a priori* de los coeficientes expresada en [I.14].

Comenzando con el vector $\bar{\beta}_0$, su especificación es la siguiente:

$$\bar{\beta}_{i0} = \begin{bmatrix} 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \tau_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \end{bmatrix}; \quad i = 1, 2, \dots, n \quad [I.16]$$

donde el hiperparámetro τ_1 ocupa la posición i -ésima y representa la media *a priori* del coeficiente del primer retardo propio de la variable dependiente en la ecuación i . Los coeficientes para el resto de los retardos, propios o no, tienen una media *a priori* igual a cero.

Como ya se ha indicado, la información *a priori* suele partir del supuesto de independencia entre los componentes de $\bar{\beta}_0$, es decir, parte de una matriz Ω_0 diagonal, cuyos elementos de la diagonal principal (ω_{hh}) vendrán dados por alguna de las siguientes varianzas *a priori*:

— Para los coeficientes asociados a los retardos propios:

$$\sigma_{ijs}^2 = \begin{pmatrix} \tau_2 \\ s \tau_4 \end{pmatrix} \sigma_{\varepsilon_i}^2; \quad i = 1, \dots, n; \quad i = j; \quad s = 1, \dots, m \quad [I.17]$$

$$j = 1, \dots, n$$

— Para los coeficientes asociados a los retardos del resto de variables:

$$\sigma_{ijs}^2 = \left(\frac{\tau_2 \tau_3}{s \tau_4} \right) \begin{pmatrix} \sigma_{\varepsilon_i}^2 \\ \sigma_{\varepsilon_j}^2 \end{pmatrix}; \quad i = 1, \dots, n; \quad i \neq j; \quad s = 1, \dots, m \quad [I.18]$$

$$j = 1, \dots, n$$

— Para los coeficientes asociados a las variables deterministas:

$$\sigma_{ijs}^2 = \tau_2 \tau_3 \sigma_{\varepsilon_i}^2; \quad i = 1, \dots, n; \quad s = 0 \quad [I.19]$$

$$j = n + 1, \dots, n + d$$

donde σ_{ijs}^2 es la varianza *a priori* para el coeficiente correspondiente al retardo s de la variable j en la ecuación i . Así, por ejemplo, σ_{231}^2 sería la varianza *a priori* del coeficiente del primer retardo de la tercera variable del sistema en la segunda ecuación.

La ubicación de estas varianzas dentro de Ω_0 viene dada por:

$$\omega_{hh} = \sigma_{ijs}^2 \quad [1.20]$$

$$\text{donde } h = \begin{cases} (i-1)[nm+d] + n(s-1) + j & \text{si } j \leq n \\ (i-1)[nm+d] + nm + (j-n) & \text{si } j > n \end{cases}$$

Dentro de estas varianzas *a priori*, τ_2 controla el grado global de incertidumbre con el que la información *a priori* es incorporada al proceso de estimación del modelo; conforme τ_2 crece, la distribución es menos informativa, convirtiéndose en difusa en el límite. τ_3 controla el grado de incertidumbre de los retardos de otras variables respecto al de los retardos propios; en el límite, cuando τ_3 es igual a cero, la información *a priori* define un modelo compuesto por n procesos univariantes AR(m). τ_4 controla la velocidad a la que decrece la varianza con el retardo, y τ_5 , la incertidumbre relativa del componente determinístico. Finalmente, $\sigma_{\varepsilon_i}^2$ y $\sigma_{\varepsilon_j}^2$ representan los elementos de la diagonal principal de Σ , y son una medida del tamaño de las fluctuaciones de las variables i y j . Su papel en la información *a priori* es permitir la comparación del grado de incertidumbre con la escala de las fluctuaciones.

Aunque la hiperparametrización de Σ es posible, la práctica usual ha sido, como ya se ha señalado, condicionar en Σ , estimándola a partir de los residuos resultantes en modelos univariantes AR(m) estimados por el método MCO.

Resta por caracterizar la variación temporal del modelo, que descansa en las matrices S y φ , y cuya especificación representativa es la siguiente:

$$\begin{aligned} S &= \text{diag} (S_1, \dots, S_n) \\ S_i &= \text{diag} (\tau_6); \quad i = 1, 2, \dots, n \\ \varphi &= \text{diag} (J_1, \dots, J_n) \Omega_0 \\ J_i &= \text{diag} (\tau_7); \quad i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad [1.21]$$

donde diag define matrices diagonales por bloques cuyos elementos de la diagonal principal son los incluidos entre paréntesis, S_i y J_i son matrices de dimensión $k \times k$, τ_6 controla los coeficientes del proceso autorregre-

sivo de primer orden que caracteriza la ley de movimiento del vector de coeficientes β y τ_7 controla el grado de variación temporal efectivamente incorporado en el modelo. En particular, nótese que con $\tau_6 = 1$ y $\tau_7 = 0$ se obtiene la versión del modelo sin variación temporal. Obsérvese también que la variación temporal es proporcional a la matriz de varianzas *a priori* del vector β_0 , lo que permite la evaluación relativa del grado de variación temporal.

Se habrá percibido, alcanzado este punto, que la especificación de la información *a priori* que se acaba de describir es incompleta, en el sentido de que depende de un vector de hiperparámetros desconocido, τ . Desde el punto de vista estrictamente bayesiano la información *a priori* no debe contener (hiper)parámetros desconocidos. De hecho, una implementación bayesiana estricta exigiría especificar distribuciones para los hiperparámetros y proceder a integrar sobre el rango relevante para obtener la distribución *a posteriori*. Sin embargo, dos procedimientos aproximativos han sido práctica usual en las aplicaciones de la metodología BVAR.

El primero consiste en utilizar la distribución *a posteriori* asociada con un valor numérico particular del vector τ que refleje de manera directa las regularidades empíricas 1) a 3) descritas con anterioridad. Por ejemplo:

$$\tau = \begin{bmatrix} 1 \\ 0,2 \\ 0,5 \\ 1 \\ 10^6 \\ 1 \\ 0,001 \end{bmatrix} \quad [I.22]$$

Este procedimiento fue característico en las primeras aplicaciones de la metodología, y formalmente equivale a suponer que el vector τ es un vector aleatorio degenerado con masa uno en la elección específica [I.22].

El segundo procedimiento consiste en utilizar la distribución *a posteriori* asociada con un valor numérico concreto seleccionado de acuerdo con algún criterio de bondad de ajuste. Dos criterios de uso común son la minimización de una función de pérdida definida en términos de estadísticos de capacidad predictiva y la maximización de la función de verosimilitud del modelo.

Atendiendo a este último criterio, obsérvese que, dado el supuesto de normalidad, la verosimilitud del modelo tiene la siguiente forma:

$$\prod_{t=1}^T L(Y_t|X_{t-1}, \Sigma, \tau) = (2\pi)^{-T/2} \prod_{t=1}^T |\Psi_{t-1}|^{-1/2} \exp\left[-\frac{1}{2}(Y_t - X_{t-1} \beta_{t-1}^*)' \Psi_{t-1}^{-1} (Y_t - X_{t-1} \beta_{t-1}^*)\right] \quad [1.23]$$

donde

$$\Psi_{t-1} = X_{t-1} \Omega_{t-1}^* X_{t-1}' + \Sigma$$

El criterio aproximativo basado en la función de verosimilitud consiste entonces en maximizar [1.23] con respecto a τ y obtener la distribución *a posteriori* asociada a este vector óptimo. La justificación bayesiana de este procedimiento es que puede proporcionar una aproximación razonable al proceso completo de integración. En concreto, si se asigna una distribución *a priori* difusa a τ , la distribución *a posteriori* del vector de coeficientes β será una media ponderada de las distribuciones *a posteriori* asociadas con cada valor específico de τ , con ponderaciones dadas por el valor de la verosimilitud en ese valor específico. Así, eligiendo la distribución *a posteriori* asociada con el valor de τ que maximiza [1.23] estamos de hecho utilizando la distribución *a posteriori* con mayor ponderación en el proceso de integración. Cuando los valores de τ con alta verosimilitud dan lugar a distribuciones *a posteriori* asociadas similares, el procedimiento aproxima razonablemente la verdadera distribución *a posteriori*.

Para finalizar este apartado es necesario insistir en la flexibilidad que proporciona la dimensión bayesiana de la metodología VAR, en el sentido de permitir confrontar con la información muestral un amplio espectro paramétrico que proporciona, a su vez, una amplia generalidad representativa desde el punto de vista estadístico: desde el modelo AR univariante al modelo UVAR; modelo este último que se obtiene como caso particular del marco BVAR cuando la información *a priori* elegida es difusa, es decir, cuando τ_2 tiende a infinito. En este caso, Ω_0^{*-1} tiende a cero y, como puede percibirse con claridad en el esquema de actualización del estimador mixto presentado en [1.15], el esquema de actualización de la información *a priori* genera la estimación MCO del modelo. Por su parte, el modelo AR univariante se obtendría, además de especificando una información *a priori* difusa como en el caso UVAR, igualando a cero el hiperparámetro que controla el grado de incertidumbre de los retardos de las otras variables τ_3 .

1.3.4. Eficiencia de la estimación conjunta

En el caso del modelo UVAR se concluyó que la estimación uniecuacional es eficiente porque todas las ecuaciones tienen las mismas variables explicativas. Parece conveniente preguntarse si este resultado se mantiene para modelos BVAR.

El haber utilizado la técnica mixta de Theil como método de estimación permite recurrir nuevamente al marco SURE, para constatar que la respuesta a esta pregunta es negativa. Concretamente, se trata de comprobar si con la incorporación de la información *a priori* se mantiene o no la característica de que el conjunto de variables explicativas sea el mismo en todas las ecuaciones del sistema, lo que puede hacerse volviendo a la expresión [1.9], que combina la información *a priori* y la muestral, y en la que I y X_{t-1} conforman el conjunto de variables explicativas. En general, $I \neq X_{t-1}$, por lo que el modelo BVAR contiene dos bloques de ecuaciones cuyas variables explicativas difieren y, por tanto, el resultado del marco UVAR no es aplicable.

De hecho, la condición para que la estimación uniecuacional sea eficiente en el marco BVAR es que la varianza *a priori* de los coeficientes sea un múltiplo de la varianza residual en cada una de las ecuaciones (7). Esta condición no la cumple el tipo de información *a priori* usual en las aplicaciones de la metodología BVAR que ha sido descrita en la sección anterior, puesto que en cada ecuación se priman los retardos propios, con la consecuencia de que la varianza de sus coeficientes es mayor que la del resto de los coeficientes de la ecuación. Por tanto, en general, la estimación conjunta de todas las ecuaciones del modelo es un requisito de eficiencia en el marco BVAR.

1.3.5. Cointegración

Se habrá observado que en ningún momento a lo largo de la descripción del modelo BVAR se ha hecho referencia a la naturaleza estacionaria o no estacionaria del proceso estocástico modelizado. En realidad, esta distinción se ha omitido conscientemente, y refleja la postura de que la perspectiva bayesiana de estimación puede acomodar ambos casos sin necesidad de un tratamiento diferenciado: lo importante, se ha insistido, es que la información *a priori* ponga ante la información muestral un amplio abanico de elección, y esto se lleva a cabo al margen de que el proceso sea o no estacionario. Por otro lado, la verosimilitud, la otra

(7) Véase Doan, Litterman y Sims (1984).

fuerza de información del proceso de estimación, es también inmune al carácter estacionario o no del proceso, en el sentido de que el supuesto de que la densidad muestral conjunta es normal no depende de que el proceso analizado sea o no estacionario. Por tanto, desde una óptica bayesiana, no hay, en principio, razón para abordar de forma diferenciada el análisis de las series estacionarias y de las no estacionarias.

Es cierto, sin embargo, que esta postura ha sido criticada cuando el análisis se desarrolla en el contexto de procesos no estacionarios con raíces unitarias y potenciales relaciones de cointegración. En concreto, Lütkepohl (1991), Clements y Mizon (1991) y Phillips (1991) han sugerido que al partir de una información *a priori* que toma como independientes todos los coeficientes entre sí (tanto de una misma ecuación como entre ecuaciones) y asigna una media igual uno, o cercana a uno, al coeficiente del primer retardo propio y de cero a los demás, la estimación bayesiana de los modelos VAR tiende a estar sesgada hacia sistemas compuestos por modelos AR univariantes, siendo incapaz de captar las posibles tendencias estocásticas comunes que caracterizan a los procesos cointegrados. Sims (1991a) sugirió que estas críticas estaban mal fundamentadas, argumentando que, debido a la propiedad de superconvergencia de los estimadores en presencia de relaciones de cointegración, estos aspectos tienden a manifestarse con claridad, independientemente del tipo de información *a priori* utilizada.

Álvarez y Ballabriga (1994) aportan evidencia sobre esta cuestión modificando la información *a priori* usual de los modelos BVAR para que incorpore de forma explícita la posible existencia de relaciones de cointegración en el proceso analizado y realizando un pequeño experimento de Monte Carlo, con un proceso cointegrado que permita sopesar la capacidad de distintos métodos de estimación para captar la relación a largo plazo. Los resultados obtenidos respaldan la tesis de Sims frente a la de los críticos, siempre que la distribución *a priori* haya sido seleccionada de acuerdo con algún criterio de bondad de ajuste.

1.4. Identificación de los modelos VAR

La descripción metodológica que precede no ha utilizado ningún argumento económico, excepto el mínimo que pueda estar implícito en la selección del conjunto de variables económicas que se pretende analizar. Este hecho puede suscitar una cierta perplejidad, pero constituye uno de los elementos que ayudan a configurar una especie de imagen de marca de la metodología VAR: la clara diferenciación entre los aspectos estadísticos y económicos del análisis, que definen, respectivamente, las fases de especificación e identificación de un modelo VAR.

Así, la discusión que precede se ha concentrado en la fase de especificación del modelo. Se han propuesto métodos clásicos (UVAR) y bayesianos (BVAR) de especificación, pero en ambos casos el objetivo ha sido explotar la generalidad estadística de la representación autorregresiva presentada en [1.1]-[1.3] sin contaminarla con argumentos de carácter económico. El resultado de este proceso es, por tanto, un modelo puramente estadístico. O, más precisamente, un modelo en forma reducida, terminología econométrica que, como es bien sabido, se reserva a los instrumentos de representación estadística que carecen de contenido económico.

Ciertamente, la obtención de la forma reducida puede constituir un objetivo en sí mismo, si lo que se pretende es predecir o analizar un conjunto de correlaciones. Sin embargo, cuando entre los objetivos del análisis se cuentan cuestiones como, por ejemplo, la evaluación de la efectividad de la política monetaria, la forma reducida es insuficiente, debiendo constituir un paso intermedio hacia un modelo estadístico en forma estructural que tenga el contenido económico necesario para responder a las preguntas de interés. Como ya se ha mencionado en más de una ocasión, la metodología VAR ha tenido desde sus orígenes la pretensión de ser una alternativa operativa a los modelos macroeconómicos tradicionales de ecuaciones simultáneas, cuyo objetivo principal es precisamente responder a preguntas de interés como las que se acaba de formular. Por tanto, el esfuerzo adicional de obtener un modelo interpretable a partir de la forma reducida suele aparecer como tarea ineludible en las aplicaciones de la metodología VAR (tanto UVAR como BVAR). Esta fase del análisis constituye la fase de identificación del modelo.

El propio trabajo inicial de Sims (1980) y las aplicaciones que le sucedieron, pusieron pronto de manifiesto que la identificación de los modelos VAR aparecía como uno de los flancos más débiles de la propuesta metodológica. De hecho, la opinión crítica de que los modelos VAR eran simples formas reducidas que, como tales, no eran válidas para la cuantificación de relaciones económicas se generalizó con extrema rapidez.

En realidad, esta crítica no era cierta en sentido estricto, ya que, como se verá en la descripción formal posterior, las aplicaciones iniciales de la metodología utilizaban una cadena causal contemporánea que equivale a un modelo estructural de ecuaciones simultáneas recursivo. Es cierto, sin embargo, que una estructura recursiva es raramente apropiada para describir la realidad económica, por lo que los modelos VAR eran ciertamente susceptibles de crítica en términos de su identificación, aunque no por su ausencia, sino por su dudosa credibilidad; una nueva paradoja, si se recuerda que en su motivación original se alegaba la falta de credibilidad de la identificación de los modelos de ecuaciones simultáneas.

Siendo uno de los aspectos más controvertidos de la metodología, la fase de identificación centró, y continúa centrando, buena parte de la discusión académica en torno a los modelos VAR, habiendo dado lugar a una solución del problema que puede calificarse de relativamente satisfactoria, en el sentido de que los métodos de identificación actual suponen una mejora sustancial con respecto al método utilizado en las aplicaciones iniciales y son, a la vez, respetuosos con el espíritu poco restrictivo de la metodología.

1.4.1. Descripción formal

Conceptualmente, la identificación de un modelo econométrico constituye un problema de carácter genérico, sobradamente conocido, que atañe al modelo en sí, no a la metodología de modelización. Una forma común de plantearlo es como la obtención de un modelo estructural a partir de su forma reducida. El modelo estructural es interpretable económicamente y será identificable si está formado por ecuaciones estadísticamente distinguibles que, como tales, puedan ser recuperadas de manera inequívoca a partir de la variabilidad estadística resumida en el modelo en forma reducida.

El problema, como decimos, no se resuelve optando por una u otra metodología: todas deben enfrentarlo. Lo que sí puede diferenciar una metodología de otra es la forma de abordarlo. Así, los modelos de ecuaciones simultáneas tradicionales consiguen hacer estadísticamente distinguibles sus ecuaciones mediante la estrategia de inclusión o exclusión en las distintas ecuaciones de variables que reciben el tratamiento de exógenas (8). Llevada a extremos injustificados, esta estrategia proporciona una identificación ilusoria, o increíble, según la calificación de Sims (1980).

Por contra, la metodología VAR rehúye del recurso a la exogenidad y utiliza una estrategia de identificación que combina un mínimo de restricciones de exclusión con condiciones sobre la estructura probabilística del término de error del modelo. Más concretamente, un modelo VAR se denomina estructural cuando la distinción estadística de sus ecuaciones se obtiene mediante la imposición de un conjunto de restricciones (no necesariamente de exclusión) que garantice la ortogonalidad de los componentes del término de error del modelo, permitiendo a la vez su interpretabilidad como fuentes primitivas de variabilidad económica.

(8) Si bien desde un punto de vista teórico es habitual encontrar identificaciones basadas en restricciones de la matriz de varianzas y covarianzas, la utilización en la práctica es reducida.

El requisito de ortogonalidad para el término de error no es usual en los modelos estructurales tradicionales, y refleja una diferencia conceptual profunda con respecto a si la variabilidad relevante desde el punto económico es la «total» o la «inesperada». Los modelos tradicionales proceden como si la relevante fuera la total, por lo que no insisten en la ortogonalidad de las perturbaciones, algo ineludible cuando se desea analizar las implicaciones dinámicas del modelo, bajo la convicción de que la variabilidad relevante es la inesperada.

El requisito de ortogonalidad también explica el uso equivalente que los términos «identificación del modelo» y «ortogonalización del componente de error» reciben comúnmente en la literatura sobre modelos VAR. Para ser más específicos, retomemos nuestra forma reducida en la notación de la expresión [I.1], que reproducimos a continuación por conveniencia (9):

$$Y_t = B(L)Y_t + DZ_t + \varepsilon_t \quad [I.24]$$

donde, recuérdese, los componentes de ε_t están generalmente correlacionados, con matriz de covarianzas igual a Σ , en todo t . La identificación de un modelo VAR puede entonces plantearse como la obtención como una combinación lineal de ε_t de un nuevo vector de perturbaciones cuyos componentes sean ortogonales y económicamente interpretables. O, en términos más formales, como la obtención de una matriz invertible A , $n \times n$, tal que, en todo t :

$$A\varepsilon_t = v_t \quad [I.25]$$

donde se pretende que los componentes de v_t representen fuentes aisladas de variabilidad económica (fiscal o monetaria, privada o pública, oferta o demanda, etc.), de forma que su matriz de varianzas y covarianzas sea diagonal, que, además, sin pérdida de generalidad podemos normalizar a la identidad. Obsérvese que la matriz A proporciona, de hecho, la conexión entre las formas reducida y estructural del modelo VAR. En concreto, premultiplicando por A el modelo VAR en forma reducida [I.24] se obtiene el modelo VAR estructural:

$$AY_t = AB(L)Y_t + ADZ_t + v_t \quad [I.26]$$

O, de forma equivalente:

$$C(L)Y_t = GZ_t + v_t \quad [I.27]$$

(9) Por simplicidad notacional, continuaremos desarrollando la exposición en términos del modelo cuyos coeficientes no dependen del tiempo.

donde

$$C(L) = A[I - B(L)]$$

$$G = AD$$

Nótese que, efectivamente, el modelo [1.26]-[1.27] tiene la forma de un modelo estructural tradicional, con las peculiaridades de que todas las variables predeterminadas son endógenas retardadas, excepción hecha del componente determinista, y de que el término de error es ortogonal; peculiaridades que precisamente lo definen como un modelo VAR estructural.

Las expresiones [1.26]-[1.27] también permiten dar concreción a la afirmación anterior, relativa a la identificación de los modelos VAR mediante la combinación de restricciones en la matriz de coeficientes contemporáneos y condiciones en la estructura probabilística del término de error: la matriz A es la que contiene los coeficientes de impacto, y debe ser elegida de forma que garantice tanto el cumplimiento de que las perturbaciones estructurales sean ortogonales como la distinción estadística de las ecuaciones del sistema, de manera que la estructura esté efectivamente identificada. Una elección de A que garantiza ambas condiciones es su especificación como matriz triangular, lo que se conoce como esquema de Choleski [véase, por ejemplo, Sims (1980)]. Esta era la elección usual en las primeras aplicaciones de la metodología, que, como puede apreciarse ahora con claridad, equivale a una cadena causal contemporánea y convierte al modelo [1.26]-[1.27] en un modelo estructural recursivo.

Ciertamente, la estrategia recursiva aparece como técnicamente correcta, en el sentido de que genera un vector ortogonal y una estructura compuesta por ecuaciones distinguibles. Sin embargo, como ya se ha mencionado, las estructuras recursivas no son generalmente apropiadas para describir la realidad económica, debido a que no incorporan las relaciones de carácter simultáneo que normalmente la caracterizan [véase, por ejemplo, Cooley y Leroy (1985)]. Son criticables, en este sentido, por usar restricciones contemporáneas difícilmente creíbles y, como consecuencia, fracasan en el intento de aislar fuentes creíblemente interpretables en términos económicos, un aspecto fundamental del proceso de identificación.

El avance en la literatura de identificación de los modelos VAR ha ido precisamente en la dirección de romper la recursividad, considerando especificaciones más generales de la matriz A que den lugar a modelos estructurales más creíbles. Para obtener estas especificaciones se ha recurrido, esencialmente, a dos tipos de restricciones de identificación: de

corto plazo (10) [véanse, por ejemplo, Bernanke (1986), Blanchard y Watson (1986) o Sims (1986a)] y de largo plazo [véase, por ejemplo, Blanchard y Quah (1989)].

Las restricciones de corto plazo se implementan mediante la especificación de ceros en determinadas posiciones de la matriz A , justificados normalmente por retrasos en la recepción de los flujos informativos por parte de determinados agentes económicos. Por ejemplo, el retraso con que la autoridad monetaria recibe información con respecto a la evolución macroeconómica puede justificar el supuesto de que el tipo de interés no responda contemporáneamente a perturbaciones en los niveles de producción y de precios: dos ceros en la matriz A que pueden ayudar a identificar la oferta y la demanda de saldos líquidos de la economía. La denominación de corto plazo con que se hace referencia a este tipo de restricciones es clara, puesto que suponen restringir exclusivamente el efecto contemporáneo de determinadas perturbaciones.

Las restricciones de largo plazo suelen estar basadas en la teoría económica y, como su propio nombre indica, restringen el efecto de largo plazo de determinadas perturbaciones en determinadas variables, dejando libre la dinámica a corto. Por ejemplo, el modelo puede incorporar la restricción de que las perturbaciones monetarias no tienen efectos reales en el largo plazo: una restricción basada en el principio de neutralidad monetaria a largo plazo.

El uso de restricciones a largo plazo requiere el uso de una representación estacionaria (11), de manera que los efectos de largo plazo estén bien definidos; es decir, que no sean explosivos. Formalmente, la imposición de estas restricciones equivale a restringir determinadas combinaciones lineales de la matriz de efectos a largo plazo asociada a la representación de medias móviles (MA) del modelo estructural. Concretamente, obsérvese que, bajo el supuesto de estacionariedad, el polinomio $C(L)$ en [I.27] puede invertirse, dando lugar a la siguiente representación MA para el componente no determinista de Y_t :

$$Y_t - M(L)DZ_t = M(L)A^{-1} v_t \quad [I.28]$$

donde

$$M(L) = [I - B(L)]^{-1} = C(L)^{-1} A$$

La matriz de efectos a largo plazo de las distintas perturbaciones estructurales es la suma de las matrices que definen el polinomio $M(L) A^{-1}$,

(10) Obsérvese que un esquema de Choleski supone el uso de restricciones de identificación de corto plazo, aunque con carácter exclusivamente recursivo.

(11) No obstante, las restricciones, en general, afectan a variables no estacionarias.

cada una de las cuales determina el efecto de las perturbaciones en los distintos horizontes temporales. Es decir, la matriz de efectos a largo plazo viene dada por:

$$M(1)A^{-1} = \sum_{i=0}^{\infty} M_i A^{-1} \quad [1.29]$$

Y, como decimos, las restricciones de largo plazo equivalen a restringir determinadas combinaciones lineales de los elementos de la matriz en [1.29], lo que puede expresarse de la siguiente manera:

$$W \underset{p \times n^2}{\text{vec}} \left[\underset{n^2 \times 1}{M(1)A^{-1}} \right] = \underset{p \times 1}{c} \quad [1.30]$$

donde el operador $\text{vec}(\cdot)$ transforma las matrices $m \times n$ en vectores de dimensiones $mn \times 1$ apilando sus n columnas, y p representa el número de restricciones. En el caso particular que anula el efecto a largo plazo de la perturbación i en la variable j , el valor de c será nulo y la matriz W tendrá dimensiones $1 \times n^2$, con un uno en la casilla $[(j - 1)n] + i$, $i, j = 1, \dots, n$, y ceros en las restantes.

Es importante observar que el conjunto de restricciones de corto y largo plazo que acabamos de describir conforma un marco para la identificación muy frugal desde el punto de vista restrictivo: cuando utiliza la exclusión lo hace solo con los impactos contemporáneos, sin excluir posibles efectos retardados, y cuando restringe los efectos retardados lo hace de forma laxa, condicionando únicamente el efecto a largo plazo. En este sentido comentábamos con anterioridad que el marco de identificación VAR es respetuoso con el espíritu poco restrictivo de la metodología.

1.4.2. Estimación del modelo estructural

Queda por abordar el tema de la estimación del modelo VAR estructural, que se concreta en la estimación del polinomio matricial $C(L)$ y de la matriz G del modelo [1.27]. Para ello será necesario el uso de las expresiones [1.24]-[1.27].

A partir de la expresión [1.25], que relacionaba las perturbaciones de la forma reducida con las correspondientes a la forma estructural, la compatibilidad entre las matrices de varianzas y covarianzas de las perturbaciones de los modelos reducido y estructural impone la siguiente relación entre Σ y la matriz de efectos contemporáneos A (recuérdese que

la matriz de covarianzas del término de error estructural ha sido normalizada a la identidad):

$$A\Sigma A' = I \quad [I.31]$$

O, de forma equivalente:

$$\Sigma = A^{-1} A^{-1'} \quad [I.32]$$

Obsérvese a continuación que las propias expresiones [I.24]-[I.25] sugieren la posibilidad de proceder a estimar el modelo estructural en dos etapas:

Etapa 1: Estímense las matrices de coeficientes D y B(L) de la forma reducida del VAR, y con ellas un estimador consistente de Σ , $\hat{\Sigma}$, a partir de los residuos $\hat{\varepsilon}_t$ resultantes.

Etapa 2: Utilícese $\hat{\varepsilon}_t$ de la etapa 1 junto con las condiciones [I.30] y [I.32] para obtener el estimador máximo-verosímil de la matriz A.

La conjunción de los estimadores de D y B(L) de la primera etapa con el estimador de A de la segunda permite entonces obtener los estimadores G y C(L) del modelo estructural.

La etapa 1 no introduce elementos nuevos, planteando simplemente la estimación del VAR reducido por los métodos descritos en los apartados de especificación I.2 o I.3, según se opte por la versión clásica o bayesiana del modelo.

La etapa 2, por su parte, propone maximizar con respecto a la matriz de coeficientes A la verosimilitud muestral de la serie de perturbaciones reducidas obtenida en la primera etapa, teniendo en cuenta las posibles restricciones de largo plazo [I.30] y la condición de compatibilidad [I.32]. Para concretar, nótese que, bajo el supuesto de normalidad, la verosimilitud del problema de estimación de la etapa 2 es, tomando logaritmos y sin tener en cuenta la constante siguiente:

$$-\frac{T}{2} \ln |\Sigma| - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \hat{\varepsilon}_t' \Sigma^{-1} \hat{\varepsilon}_t \quad [I.33]$$

El problema de estimación en la etapa 2 es entonces obtener la matriz A que maximiza [I.33] sujeta a las condiciones [I.30] y [I.32]. Obsérvese que el número de condiciones distintas en [I.29] no es n^2 , sino $(n^2 + n)/2$, puesto que Σ es simétrica. Por tanto, el número máximo de coeficientes contemporáneos distintos de cero que pueden determinarse utilizando las condiciones en [I.30] y [I.32] es de $[(n^2 + n)/2] + p$; el resto de

los coeficientes se igualan a cero, constituyendo restricciones de identificación de corto plazo. Así, cuando no se utilizan restricciones de largo plazo ($p = 0$), el número de restricciones de corto plazo (elementos nulos de la matriz A) debe ser, al menos, igual a $(n^2 - n)/2$.

El procedimiento bietápico de estimación que acabamos de describir es, de hecho, el más utilizado en las aplicaciones de la metodología VAR. Su atractivo es doble. Por un lado, es acorde con la idea de separar claramente las restricciones estadísticas de especificación, de las económicas de identificación, algo, como hemos mencionado, distintivo de la metodología VAR. Por otro lado, si el modelo está exactamente identificado, el método genera estimadores eficientes de los coeficientes estructurales, puesto que son equivalentes a los que se obtendrían mediante la estimación directa de G y $C(L)$ por el método de máxima verosimilitud. La razón es que, bajo el supuesto de normalidad, la matriz de información de la verosimilitud del modelo VAR estructural [I.27] es diagonal con respecto a $[D, B(L)]$ y A , condición establecida en Durbin (1970) para justificar la eficiencia del procedimiento en dos etapas.

II

USOS DE LOS MODELOS VAR

Se ha señalado en el apartado de identificación que el requisito de ortogonalidad de las perturbaciones estructurales es distintivo de la metodología VAR y tiene como objetivo aislar fuentes primitivas de variabilidad económica, bien originadas en el comportamiento de oferta o de demanda, bien en los sectores público o privado, o bien en los sectores exterior o interior de la economía. No debe sorprender, por tanto, que el analista que recurre a la metodología de modelización VAR suela tener un interés genuino en los efectos dinámicos de estas perturbaciones primitivas en la evolución de las variables observables que caracterizan el marco económico que se pretende estudiar; es decir, en los efectos de v en Y , según nuestra notación.

Por la misma razón, tampoco debe ser sorprendente el que el analista tenga más interés en recuperar la representación MA estructural en [1.28] que la propia representación autorregresiva estructural en [1.26]-[1.27], puesto que es la representación MA la que muestra de forma directa los efectos de v en Y . De hecho, como se verá a continuación, los usos típicos de los modelos VAR descansan de manera casi total en la obtención y análisis de la representación MA del modelo.

Estos usos son el cálculo de la función de respuesta al impulso del modelo, la descomposición de la varianza de su error de predicción y la obtención de proyecciones futuras. Unos usos que, en sentido genérico, sirven al mismo propósito que los usuales de un modelo econométrico: el contraste de hipótesis y la proyección futura de las relaciones en él incorporadas. Pero que están marcados por el énfasis en las fuentes de variabilidad primitiva, de forma que el contraste de hipótesis no descansa en la significatividad estadística de determinados coeficientes estructurales, sino en el patrón global de interrelaciones que despliega el modelo a través de la función de respuesta al impulso y la descomposición de varianza; y, de manera similar, la variabilidad exógena que puede

condicionar las proyecciones futuras no procede de la variabilidad de las variables observables que se determinan al margen del modelo, sino de las propias fuentes de perturbación primitivas incorporadas en el modelo.

Debe hacerse una precisión acerca de la existencia de la representación MA del modelo, en la que, como decimos, descansa en gran medida su uso. Como es bien sabido, tal representación existe en el caso estacionario, puesto que la representación autorregresiva puede invertirse. No sucede lo mismo, sin embargo, en el caso no estacionario asociado a la existencia de raíces unitarias, tan común en el análisis empírico en economía: en tal caso, la representación autorregresiva no es invertible y, por tanto, la representación MA del modelo no existe, en el sentido de que la sucesión de matrices $M(L)$ no es convergente.

¿Significa esto que el análisis debe reducirse al marco estacionario? Para confirmar que la respuesta es negativa, retómese la representación [I.27] y considérese la sustitución sucesiva en el primer miembro de esa expresión de Y_{t-s} , $s = 1, \dots, H$, según el propio mecanismo probabilístico [I.27]. Este proceso de sustitución permite obtener los H primeros términos de la forma MA del modelo y expresar Y_t como la suma de dos componentes:

$$Y_t = \sum_{s=0}^{H-1} M_s A^{-1} v_{t-s} + E_{t-H} Y_t \quad [\text{II.1}]$$

O, de forma equivalente:

$$Y_t = \sum_{s=0}^{H-1} \bar{M}_s v_{t-s} + E_{t-H} Y_t \quad [\text{II.2}]$$

donde

$$\bar{M}_s = M_s A^{-1}; \quad s = 0, \dots, H-1$$

y E_{t-H} denota el valor esperado con la información disponible en $t-H$.

El primer componente en [II.2] representa la contribución al valor de Y_t de las innovaciones ocurridas entre los períodos $t-H+1$ y t , ambos incluidos; una contribución que viene determinada por la suma de los H primeros términos de la forma MA del modelo. El segundo componente es la proyección media de Y_t basada en la información disponible en el período $t-H$, que, como tal, depende del vector de variables observables Y entre los períodos $t-H$ y $t-H-m+1$ (m , recuérdese, es el nú-

mero de retardos) y del componente determinista entre los períodos $t - H + 1$ y t .

La conveniencia de la descomposición [II.2] es que existe para cualquier H finito y con independencia de que el proceso analizado tenga o no raíces unitarias. En ella nos apoyaremos para presentar la descripción de usos que sigue.

II.1. La función de respuesta al impulso

Como su propio nombre sugiere, la función vectorial de respuesta al impulso cuantifica el efecto sobre las n variables del sistema, a lo largo de un horizonte temporal de H períodos, de un impulso aislado igual a la unidad en cada una de las n perturbaciones del modelo. Es decir, la función cuantifica el efecto en Y_{it} , $i = 1, \dots, n$, de la perturbación $v_{jt-s} = 1$, $j = 1, \dots, n$, ocurrida s períodos antes, $s = 0, \dots, H-1$. El cálculo de la función para el sistema completo genera, por tanto, $n \times n$ series de longitud H .

Se puede apreciar de forma inmediata que estas $n \times n$ series se corresponden con las que conforman la sucesión de matrices \bar{M}_s , $s = 0, \dots, H-1$, del primer componente de la expresión [II.2]. Para comprobarlo, considérese la siguiente sucesión de perturbaciones:

$$\begin{aligned} v'_{t-\bar{s}} &= (0, \dots, 1_j, 0, \dots, 0), & 0 \leq \bar{s} \leq H-1 \\ v'_{t-s} &= 0, & s \neq \bar{s} \end{aligned} \quad \text{[II.3]}$$

Es decir, se perturba en una unidad en el período $t - \bar{s}$ el componente j -ésimo de v . Obsérvese entonces que el resultado de calcular el primer componente de la expresión [II.2] con la sucesión [II.3] es igual a la columna j -ésima de la matriz $\bar{M}_{\bar{s}}$, lo que muestra que, en efecto, la respuesta de Y_{it} a un impulso de una unidad ocurrido s períodos antes en la perturbación v_j viene dada por el elemento $\bar{M}_s(i, j)$. Obsérvese también que, según la descomposición [II.2], esta respuesta debe interpretarse como la desviación respecto a la proyección media $E_{t-H} Y_t$ inducido en el sistema por el impulso específico.

Así, concluimos que la función de respuesta al impulso constituye un instrumento para evaluar el efecto dinámico de las distintas fuentes de variabilidad (perturbación) incluidas en el modelo, y que su cómputo para un horizonte temporal H equivale al cómputo de los H primeros términos de la forma MA del modelo estructural. Se debe resaltar que identificaciones diferentes suponen interpretaciones alternativas de las distintas fuentes de variabilidad. Por consiguiente, la respuesta dinámica depende del esquema de identificación empleado.

II.2. La descomposición de varianza del error de predicción

Una forma de evaluar la importancia relativa de las distintas fuentes de perturbación es mediante el análisis de su contribución al error de predicción del modelo. La motivación de este análisis se percibe con claridad en la descomposición [II.2], cuando se observa que su primer componente representa, como ya se ha mencionado, la contribución al valor de Y_t de las perturbaciones ocurridas entre $t - H + 1$ y t , y, a la vez, el error de predecir Y_t con la información disponible en $t - H$, por lo que el análisis de las contribuciones al error de predicción proporcionan, de hecho, información acerca de las fuentes de variabilidad relevantes en un horizonte temporal H .

La forma específica de analizar estas contribuciones consiste en calcular la varianza del error de predicción para el horizonte de interés y aislar los porcentajes de esa varianza atribuibles a cada una de las perturbaciones del modelo; de ahí el nombre de «descomposición de varianza» con el que se denomina este ejercicio. Más concretamente, la varianza del error de predecir Y con horizonte temporal H es, como decimos, la varianza del primer componente de la expresión [II.2], que es la siguiente (recuérdese que la varianza de v ha sido normalizada a la identidad):

$$\text{var} \left[\sum_{s=0}^{H-1} \bar{M}_s v_{t-s} \right] = \sum_{s=0}^{H-1} \bar{M}_s \bar{M}_s \quad \text{[II.4]}$$

El ejercicio formal consiste entonces en descomponer [II.4] en componentes que representen el porcentaje de la varianza del error de predicción asociado a Y_i explicado por la contribución del componente v_j , $i, j = 1, \dots, n$, en el horizonte temporal H . Esta descomposición requeriría supuestos adicionales si los elementos del vector v estuvieran correlacionados temporal o contemporáneamente, puesto que las covarianzas no podrían ser atribuidas de manera nítida. Tales correlaciones son, sin embargo, nulas, por lo que la descomposición no requiere hipótesis adicionales.

De hecho, dada la ortogonalidad temporal y contemporánea de los elementos de v , la varianza de cualquier combinación lineal de perturbaciones estructurales será la suma de las varianzas de cada uno de los elementos involucrados, por lo que el aislamiento de su contribución a la varianza total requiere simplemente aislar los términos asociados a cada perturbación y proceder a sumar sus varianzas. En el caso que nos ocupa, la combinación lineal analizada es el primer componente de la expresión [II.2], que reproducimos por conveniencia:

$$\sum_{s=0}^{H-1} \overline{M}_s v_{t-s} \quad [II.5]$$

Obsérvese que los términos de [II.5] que corresponden al elemento v_j entre los períodos $t - H + 1$ y t son los asociados a las columnas j -ésimas de las matrices \overline{M}_s , $s = 0, \dots, t - H + 1$. Estos términos pueden aislarse algebraicamente postmultiplicando las matrices \overline{M}_s por la matriz instrumental R_j , definida con ceros en todas sus casillas, excepto en la (j, j) , que tiene la unidad. En concreto, denominando P_j a la suma de todos estos términos se tiene que:

$$P_j = \sum_{s=0}^{H-1} \overline{M}_s R_j v_{t-s}; \quad j = 1, \dots, n \quad [II.6]$$

donde

$$R_j = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 1_{jj} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

y

$$\overline{M}_s R_j = \begin{bmatrix} 0 & \dots & \overline{M}_s(1, j) & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \overline{M}_s(2, j) & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \overline{M}_s(n, j) & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

Resulta, pues, claro que el error de predicción [II.5] puede expresarse como la suma de los n componentes en [II.6]. Es decir, se tiene que:

$$\sum_{s=0}^{H-1} \overline{M}_s v_{t-s} = \sum_{j=1}^n \left[\sum_{s=0}^{H-1} \overline{M}_s R_j v_{t-s} \right] = \sum_{j=1}^n P_j \quad [II.7]$$

Esta expresión proporciona el aislamiento de la contribución al error de predicción de cada uno de los n componentes de perturbación y da la base para el cálculo de su contribución a la varianza de dicho error. Con-

cretamente, dada la ortogonalidad de los componentes P_j , $j = 1, \dots, n$, es inmediato expresar la varianza del error de predicción en [II.4] de la siguiente manera:

$$\mathcal{P} \equiv \text{var} \left[\sum_{s=0}^{H-1} \overline{M}_s v_{t-s} \right] = \text{var} \left[\sum_{j=1}^n P_j \right] = \sum_{j=1}^n \text{var} P_j = \sum_{j=1}^n \mathcal{P}_j \quad [\text{II.8}]$$

donde

$$\text{var} P_j = \mathcal{P}_j; \quad j = 1, \dots, n$$

La varianza del error de predicción de Y_i con horizonte H es entonces el elemento $\mathcal{P}(i, i)$, y la proporción de esa varianza explicada por la perturbación v_j viene dada por la razón $\mathcal{P}_j(i, i)/\mathcal{P}(i, i)$, $i, j = 1, \dots, n$; una proporción que, como ya se ha argumentado, permite sopesar la importancia relativa de las distintas fuentes de variabilidad incorporadas en el modelo. De nuevo, al igual que en el caso de la función de respuesta al impulso, las contribuciones a la variabilidad dependen del esquema de identificación utilizado.

II.3. Proyecciones futuras

Contrariamente al cálculo de la función de respuesta al impulso y al ejercicio de descomposición de varianza, distintivos de la metodología VAR, la realización de proyecciones futuras constituye un uso común de los modelos econométricos. El término «proyección» debe entenderse aquí en sentido amplio, englobando los términos predicción y simulación. Su elección, frente a los más usuales de predicción y simulación, se justifica por la intención de interpretar estos ejercicios en el sentido genérico de proyectar cualquier aspecto de la distribución futura de las variables incorporadas en el modelo, y no solo sus dimensiones medias. El énfasis sobre este tema sí puede afirmarse que es distintivo del marco VAR, y sobre él volveremos en el apartado siguiente. Por el momento, en este apartado nos centraremos en la obtención de proyecciones medias.

En la terminología de la metodología VAR se distingue entre proyecciones incondicionales y condicionales. Las primeras hacen referencia a las generadas por el modelo con la información disponible en el período que define el origen de la proyección y sin imponer ninguna condición sobre la senda futura de las variables del modelo. Las condicionales, por su parte, imponen ciertas restricciones sobre la evolución futura de alguna de las variables del modelo; por ejemplo, sobre la senda futura del tipo de interés o de los salarios.

En cualquier caso, se puede retomar la expresión [II.2] para precisar la distinción. Escrita para el período $t = T + h$, $h \geq 1$, la expresión es la siguiente:

$$Y_{T+h} = \sum_{s=0}^{h-1} \overline{M}_s v_{T+h-s} + E_T Y_{T+h} \quad [\text{II.9}]$$

Supongamos ahora que se dispone de información muestral hasta el período T y que el horizonte de previsión es $h = H$. La proyección incondicional media de Y_{T+H} con la información disponible en T es entonces $E_T Y_{T+H}$, de acuerdo con [II.9]; es decir, el resultado de igualar a su media, cero, los errores de predicción hasta el horizonte H .

La utilización de [II.9] y de la forma reducida del modelo [I.24] nos permite, además, obtener la manera explícita de calcular $E_T Y_{T+H}$. Concretamente, preguntémonos acerca de la proyección incondicional media de Y_{T+h} para el horizonte $h = 1, \dots, H$. Según [II.9], dicha proyección para $h = 1$ es $E_T Y_{T+1}$, y según [I.24] es inmediato comprobar que :

$$\begin{aligned} E_T Y_{T+1} &= B(L)Y_{T+1} + DZ_{T+1} \\ &= B_1 Y_T + B_2 Y_{T-1} + \dots + B_m Y_{T-m+1} + DZ_{T+1} \end{aligned} \quad [\text{II.10}]$$

De forma similar, para $h = 2$ se obtiene, de acuerdo con [II.9], una proyección media igual a $E_T Y_{T+2}$, que según [I.24] y [II.10] viene dada por:

$$E_T Y_{T+2} = B_1 E_T Y_{T+1} + B_2 Y_T + \dots + B_m Y_{T-m+2} + DZ_{T+2} \quad [\text{II.11}]$$

Continuando el argumento de manera sucesiva para los horizontes $h = 3, \dots, H$, se obtiene, por tanto, la siguiente expresión:

$$E_T Y_{T+H} = B_1 E_T Y_{T+H-1} + \dots + B_m E_T Y_{T-m+H} + DZ_{T+H} \quad [\text{II.12}]$$

Es decir, la proyección incondicional media con la información disponible en T y horizonte H se obtiene sustituyendo en la forma reducida del modelo los retardos de las variables por sus propias proyecciones incondicionales realizadas con la información disponible en T .

Por su parte, las proyecciones condicionales añaden a la información utilizada por las incondicionales la relativa a la existencia de determinadas restricciones sobre la evolución de algunas de las variables del modelo entre el origen y el último período del horizonte de la proyección; es decir, restricciones sobre determinados componentes de los vectores $Y_{T+1}, Y_{T+2}, \dots, Y_{T+H}$. En general, puede pensarse en la posibilidad de restringir cualquier combinación lineal de estos componentes. Pero el

tipo de restricción más habitual consiste en fijar los valores futuros de algunos de ellos (por ejemplo, fijar la senda salarial futura), de forma que puedan proyectarse las consecuencias que, de acuerdo con el modelo, tendría tal evolución sobre el resto de la economía.

La imposición de una senda futura es una cuestión trivial en el caso en el que la senda corresponda a una variable exógena: puesto que la variable se determina al margen del modelo, se trata simplemente de fijar su valor al nivel deseado. No lo es tanto, sin embargo, cuando la variable que se quiere fijar es endógena, como, por definición, sucede siempre en el caso de los modelos VAR: en tal caso, la variable se determina en el modelo, por lo que su restricción debe realizarse necesariamente mediante la restricción de las fuentes de variabilidad incorporadas en el modelo; es decir, en términos de las perturbaciones del modelo. Esto se detecta de forma inmediata en [II.9], donde puede apreciarse con claridad que, dada la información disponible en T , restringir Y_{T+h} equivale a restringir el error de predicción con horizonte h . Es decir, equivale a imponer que la desviación entre el valor esperado y el restringido debe ser igual a:

$$\tilde{Y}_{T+h} - E_T Y_{T+h} = \sum_{s=0}^{h-1} \bar{M}_s v_{T+h-s} \quad [II.13]$$

donde \tilde{Y}_{T+h} representa el valor restringido de Y_{T+h} . Más en particular, pueden restringirse los componentes Y_{T+h} en los horizontes $h = 1, \dots, h$ con $1 \leq h \leq H$, imponiendo de esta forma una senda futura sobre el componente i -ésimo del vector Y .

Lo que [II.13] muestra, en cualquier caso, es que la imposición de, por ejemplo, r restricciones sobre la evolución futura de las variables de un modelo VAR equivale a imponer r restricciones lineales sobre los vectores de perturbaciones futuras del modelo, algo que puede expresarse de forma genérica como:

$$Q N = q \quad [II.14]$$

donde N es un vector de dimensión $nH \times 1$ y contiene apilados los vectores de perturbaciones $v_{T+1}, v_{T+2}, \dots, v_{T+H}$; Q es una matriz de dimensiones $r \times nH$ definida en términos de las matrices \bar{M}_s para incorporar restricciones del tipo [II.13]; y q es un vector de dimensiones $r \times 1$ que contiene las constantes que definen las r restricciones lineales impuestas.

La proyección condicionada media de las perturbaciones entre $T+1$ y $T+H$ viene entonces dada por la media del vector N condicionada a [II.14], $E[N|QN = q]$; y la proyección condicionada media de Y_{T+H} se obtiene de forma inmediata a partir de [II.9], con $h = H$ y tomando en ambos

lados de la expresión esperanzas condicionadas a [II.14] y a la información disponible en T, resultando:

$$E_T[Y_{T+H}|QN = q] = E_T Y_{T+H} + \sum_{s=0}^{H-1} \bar{M}_s E[v_{T+H-s}|QN = q] \quad [II.15]$$

Es decir, la proyección condicional media es la incondicional corregida por la contribución condicional de las perturbaciones en el horizonte temporal de previsión.

Como comentario final, conviene resaltar que, contrariamente a lo que sucede con la función de respuesta al impulso y la descomposición de varianza, las proyecciones futuras no dependen necesariamente de la identificación del modelo. De hecho, son claramente independientes en el caso incondicional, en el que, como hemos visto, se utiliza exclusivamente la variabilidad estadística resumida en la forma reducida del modelo. Tampoco dependen en el caso condicional cuando las condiciones restringen el error de predicción sin más, puesto que, según la siguiente igualdad, el error de predicción es independiente de la identificación:

$$\sum_{s=0}^{H-1} \bar{M}_s v_{T+H-s} = \sum_{s=0}^{H-1} M_s \epsilon_{T+H-s} \quad [II.16]$$

donde se ha utilizado la relación entre v y ϵ dada en [I.25] y la definición de \bar{M}_s en [II.2]. Solo si la restricción del error de predicción conlleva imponer sendas específicas sobre algún componente del vector v la identificación es imprescindible, puesto que en tal caso se pretende restringir el comportamiento específico de un agente o sector económico, para lo que es necesario haber identificado con anterioridad la fuente de variabilidad económica del modelo a él asociada.

II.4. Medida de la incertidumbre

Aunque nada explícito se ha dicho al respecto, los tres usos descritos en los apartados precedentes involucran cálculos rodeados de incertidumbre, puesto que están basados en un modelo estocástico con coeficientes estimados, que son, a su vez, variables aleatorias. Concretamente, la función de respuesta al impulso y la descomposición de varianza dependen directamente de las matrices de coeficientes M_s de la forma MA del modelo (1), como muestran con claridad, respectivamente, el

(1) Obsérvese que, cuando el verdadero modelo se conoce, no existe incertidumbre respecto a las funciones de respuesta al impulso y a la descomposición de varianza del error de predicción.

cálculo realizado con [II.3] y la expresión [II.8]. Por su parte, las proyecciones futuras dependen directamente de los coeficientes de la forma autorregresiva (D , B_s) que determinan $E_T Y_{T+H}$ en [II.9], así como del primer componente en la misma expresión, que depende, a su vez, de los coeficientes \bar{M}_s y del término de error v .

La conclusión inmediata es que tanto la función de respuesta al impulso y la descomposición de varianza como las proyecciones futuras son en sí magnitudes estocásticas que pueden ser caracterizadas mediante su distribución correspondiente, lo que en el caso de las dos primeras permite, de hecho, obtener intervalos de confianza sobre la dinámica generada por las distintas perturbaciones, siendo así posible contrastar hipótesis sobre los efectos de las diferentes fuentes de variabilidad económica.

La descripción de los apartados precedentes se ha limitado a la obtención de dimensiones puntuales, medias o no, de estas magnitudes. Sin embargo, como es bien sabido, una estimación puntual es escasamente informativa. Idealmente, el analista debe intentar caracterizar aspectos de la distribución de interés que den una idea lo más precisa posible de la incertidumbre que rodea a sus cálculos. Con mayor o menor grado de aproximación, esta caracterización es posible cuando el modelo utilizado incorpora una descripción estocástica completa de todas sus variables, algo que siempre sucede en el caso de los modelos VAR, y que discutimos a continuación.

Comencemos por la función de respuesta al impulso y la descomposición de varianza, que son, como decimos, función directa de las matrices de coeficientes M_s . Recuérdese que, según la expresión [II.2], estas matrices vienen dadas por:

$$\bar{M}_s = M_s A^{-1} \quad [II.17]$$

A su vez, y según la expresión [I.30], las matrices M_s que conforman el polinomio matricial $M(L)$ se definen a partir de las correspondientes al polinomio $B(L)$ de la forma reducida:

$$M(L) = [I - B(L)]^{-1} \quad [II.18]$$

Combinando las expresiones [II.17] y [II.18] se obtiene, por tanto, la siguiente relación:

$$\bar{M}(L) = [I - B(L)]^{-1} A^{-1} \quad [II.19]$$

Es decir, el polinomio matricial con matrices de coeficientes \bar{M}_s depende, de manera directa y no lineal, del polinomio con las matrices de coeficientes B_s de la forma reducida y de la matriz A con los coeficientes contemporáneos que determinan el esquema de identificación del modelo.

La expresión [II.19] pone de manifiesto de forma explícita la naturaleza estocástica de la función de respuesta al impulso y de la descomposición de varianzas, mostrando que su distribución depende de las distribuciones de los coeficientes en $B(L)$ y A . También muestra, sin embargo, que esta dependencia es altamente no lineal, lo cual tiene como consecuencia que la obtención de las respuestas y descomposiciones medias no equivale a utilizar la media de $B(L)$ y A en el primer miembro de [II.19]. En la práctica, los métodos de Monte Carlo se utilizan con frecuencia para obtener las distribuciones de las respuestas y descomposiciones mediante extracciones sucesivas de las distribuciones de $B(L)$ y de A , ambas conocidas y normales multivariantes, según nuestros supuestos (2). De hecho, esta es la práctica habitual para la obtención de las bandas de confianza que normalmente se presentan en las aplicaciones de la metodología.

Consideremos a continuación el ejercicio de proyectar el futuro; un ejercicio que, como ya hemos mencionado con anterioridad, interpretamos en el sentido de proyectar cualquier aspecto de la distribución futura de las variables incorporadas en el modelo, y no solo sus dimensiones medias. Desde esta óptica, una forma conveniente de proceder es considerar directamente el mecanismo generador de valores futuros. En concreto, escribamos el modelo VAR tomando como referencia el período T y con el término de error expresado, según la relación [I.27], en función del vector de perturbaciones estructurales v :

$$Y_{T+s} = B_1 Y_{T+s-1} + B_2 Y_{T+s-2} + \dots + B_m Y_{T+s-m} + \\ + DZ_{T+s} + A^{-1}v_{T+s} \quad \text{[II.20]}$$

$$s \geq 1$$

Obsérvese entonces que, dada la senda $s = 1, 2, \dots, H$, es posible generar realizaciones de los vectores observables Y_{T+1}, \dots, Y_{T+H} mediante extracciones de las distribuciones de $B(L)$, D , A y de los vectores de perturbaciones v_{T+1}, \dots, v_{T+H} y procediendo a sustituir de forma sucesiva en [II.20], lo que nuevamente nos da acceso a la utilización de métodos de Monte Carlo como vía para la caracterización empírica de la distribución conjunta de la senda futura de las variables del modelo.

La práctica habitual es utilizar una aproximación (3), tendiéndose a no tener en cuenta la incertidumbre asociada a la estimación de los coe-

(2) Otros métodos posibles de caracterizar la incertidumbre son los analíticos [véase, por ejemplo, Lütkepohl (1990)] y los de *bootstrapping* [véase, por ejemplo, Runkle (1987)].

(3) Sin embargo, desde un punto de vista analítico existen resultados que contemplan la incertidumbre asociada a la estimación de los coeficientes [véase, por ejemplo, Samaranayake y Hasza (1988)].

ficientes, que se tratan como constantes. Las proyecciones incondicionales pueden entonces realizarse mediante extracciones sucesivas de la distribución del vector N definido en [II.14], que es, según nuestros supuestos, normal multivariante con media cero y matriz de covarianzas igual a la identidad. De forma similar, las proyecciones condicionales se obtienen mediante extracciones de la distribución de $[N|QN = q]$

$$[N|QN = q] \sim N [Q' (QQ')^{-1} q, I - Q' (QQ')^{-1} Q] \quad [II.21]$$

En cualquiera de los casos, condicional o incondicional, el analista no solo puede caracterizar empíricamente las dimensiones medias de la distribución futura, sino también acompañarlas de bandas de confianza y, más en general, calcular la probabilidad de cualquier suceso asociado a la evolución futura de las variables incluidas en el modelo, lo que resulta fundamental cuando se reconoce el alto grado de incertidumbre que rodea a la evolución económica futura.

SEGUNDA PARTE

**UN MODELO MACROECONOMÉTRICO
PARA LA ECONOMÍA ESPAÑOLA**

INTRODUCCIÓN

La primera parte de este trabajo se ha dedicado a exponer con detalle los aspectos teóricos de una metodología econométrica —la modelización VAR—, que se emplea cada vez con mayor frecuencia en el trabajo empírico. Esta segunda parte se dedica a la descripción de un modelo macroeconómico que se viene utilizando, de forma periódica, en el Servicio de Estudios del Banco de España para la predicción de las principales magnitudes de la economía española, así como para la realización de ejercicios de simulación. El uso continuado del modelo y la perspectiva que ofrece el período temporal transcurrido desde su realización han permitido desarrollar las limitaciones de las primeras especificaciones, así como progresar en sus potencialidades como herramienta de la política monetaria, avances estos que han sido paulatinamente plasmados en distintas publicaciones [Álvarez, Ballabriga y Jareño (1995), Álvarez, Ballabriga y Jareño (1997a), y Álvarez, Ballabriga y Jareño (1997b)] y que encuentran su extensión en el presente trabajo.

Un paso previo a la hora de elaborar un modelo es reconocer que la previsión es una actividad rodeada de dificultades. Sin duda, esto es especialmente cierto en el contexto de las ciencias sociales, por al menos tres motivos. En primer lugar, porque el número de factores explicativos de los fenómenos que se desean proyectar tiende a ser elevado. En segundo lugar, porque la relación existente entre dichos fenómenos y sus determinantes suele ser compleja, por lo que no se conoce con exactitud. Y, en tercer lugar, y quizás más importante, porque la evolución futura de dichos factores está rodeada de un elevado grado de incertidumbre. En suma, la complejidad de la realidad social hace que la predicción sea un ejercicio inherentemente difícil, y esta dificultad tiene su reflejo visible en la elevada incertidumbre que normalmente la acompaña.

Por supuesto, la economía no es una excepción dentro del conjunto de las ciencias sociales. Aunque a veces se sostienen posiciones extremas que niegan, por su inexactitud, toda utilidad a la previsión económica, parece, no obstante, innegable que cualquier proceso de decisión en un contexto de incertidumbre exige sopesar, en mayor o menor medida,

la posible evolución de determinadas magnitudes futuras, por lo que, aun con todos sus riesgos y dificultades, la predicción económica se considera una actividad necesaria. En particular, la predicción de las principales macromagnitudes resulta de gran interés para los diferentes responsables de la política económica, ya que puede indicar la conveniencia de modificar algunos elementos de las políticas que se están instrumentando.

Aunque no siempre se es consciente, de forma explícita o implícita, las predicciones económicas siempre se obtienen a partir de un modelo. Dicho modelo puede tener una representación formalizada, como sucede con los distintos tipos de modelos econométricos, en cuyo caso existe transparencia sobre el procedimiento utilizado; dicho procedimiento se puede aplicar conforme se recibe nueva información sobre el estado de la economía, y, además, el modelo puede ser reproducido por personas diferentes a las que lo han desarrollado. De forma alternativa, los modelos que tradicionalmente manejan numerosos analistas suelen carecer de una representación formal e incorporar importantes dosis de percepción subjetiva, con la esperanza —no siempre confirmada— de que ello ayude a mejorar la calidad predictiva con respecto a otros modelos más formales.

Cualquier proyección sobre la evolución futura de alguna magnitud macroeconómica lleva aparejado un conjunto de hipótesis que introducen un grado de incertidumbre en absoluto desdeñable. Por este motivo, es importante que se hagan explícitos los distintos supuestos que se manejan. Si, además, estas hipótesis se acompañan de una descripción formal de los riesgos asociados, entonces es posible la caracterización probabilística de la evolución económica futura.

Dada la incertidumbre asociada a la predicción económica, la actitud lógica debería ser intentar caracterizar adecuadamente la incertidumbre en lugar de no tenerla en consideración, ofreciendo una falsa impresión de rigor y exactitud. Paradójicamente, es frecuente que se origine una polémica sobre diferencias de decimales entre distintas previsiones, sin reconocer que nuestra ignorancia no nos permite ir más allá de precisar un intervalo u horquilla, donde con una probabilidad determinada se situará la macromagnitud de interés. En este sentido, los modelos econométricos en los que todas las variables se determinan dentro del propio modelo permiten, de hecho, evaluar la incertidumbre inherente a las proyecciones. Esta es una ventaja fundamental frente a modelos econométricos en los que determinadas variables explicativas se toman como dadas, así como frente a las previsiones subjetivas.

Para la economía española, la mayor parte de las predicciones macroeconómicas que se publican con periodicidad inferior a la anual se

basa, bien en modelos univariantes de series temporales, bien en predicciones de analistas, produciéndose un vacío en términos de previsiones cuyo origen sean modelos econométricos que capten las interrelaciones existentes entre las variables económicas y, al mismo tiempo, proporcionen tanto medidas objetivas de incertidumbre sobre las previsiones como cuantificaciones fiables de la probabilidad de ocurrencia de determinados sucesos. Este vacío puede ser cubierto mediante la construcción de modelos econométricos multivariantes como el que se comenta en este trabajo.

Si bien la proyección de las magnitudes macroeconómicas resulta, en cualquier caso, de gran interés, tras el cambio del esquema de política monetaria que tuvo lugar a raíz de la aprobación de la Ley de Autonomía del Banco de España y la consiguiente fijación, por parte de la autoridad monetaria, de objetivos directos de inflación, el análisis y la predicción de la evolución de los precios han cobrado aún más importancia desde el punto de vista del banco central. En consecuencia, la obtención de predicciones adecuadas de la inflación y de medidas de la incertidumbre asociada a las mismas ha adquirido gran importancia, y el desarrollo de instrumentos que permitan realizarlas ha recibido un fuerte impulso. En este sentido, los modelos econométricos multivariantes, como el que se expone a continuación, constituyen herramientas muy útiles, que complementan con eficacia el rango de instrumentos para el análisis y predicción de la inflación.

Tras esta introducción, la estructura de esta segunda parte es la siguiente: el capítulo III motiva las variables empleadas en el modelo, el capítulo IV detalla el proceso de especificación del modelo, el capítulo V indica las principales interacciones existentes entre las diferentes variables, dedicándose el capítulo VI a exponer determinadas aplicaciones del modelo.

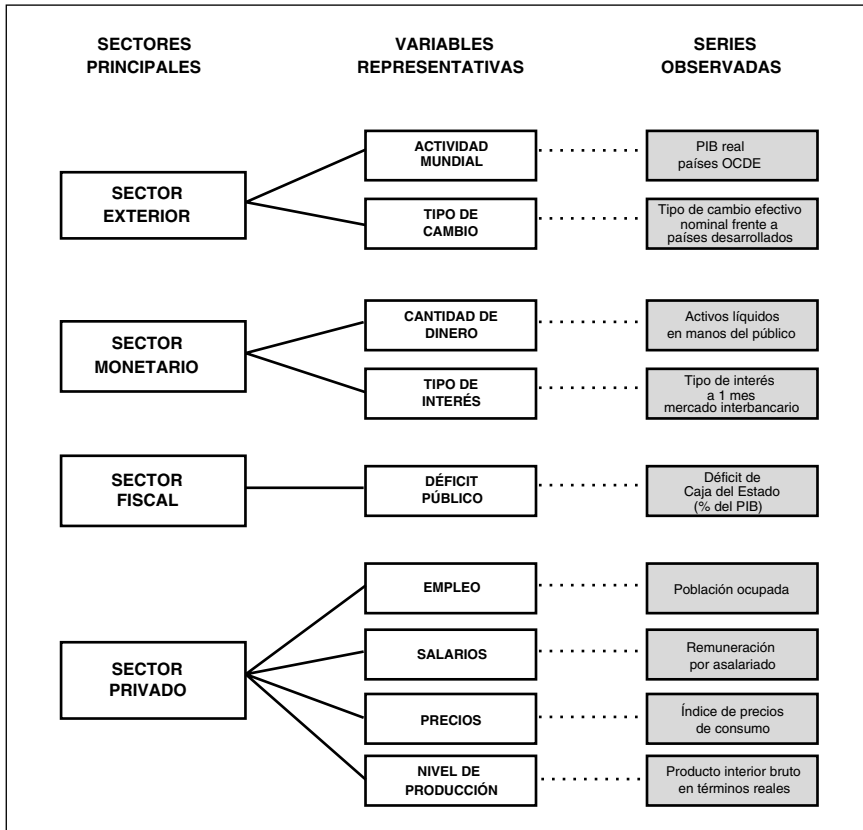
III

LAS VARIABLES DEL MODELO

En general, la construcción de modelos econométricos que pretendan abarcar los rasgos fundamentales de una economía suele encontrar su primera decisión crítica en la elección de las variables. En efecto: en la teoría económica, el número de variables relevantes para la caracterización de una economía es potencialmente elevado; sin embargo, en un modelo, la consideración de un excesivo número de variables suele llevar asociado un problema de falta de fiabilidad de las estimaciones. Este problema, que aqueja a la modelización econométrica en general, se agrava en las aplicaciones al caso español, como consecuencia de la reducida longitud de las estadísticas disponibles. Así, las series históricas trimestrales de Contabilidad Nacional tienen su inicio en el año 1970, mientras que las series de carácter monetario comienzan muchas de ellas en el año 1974. Es decir, aquellos modelos que incluyan ambos tipos de variables deben restringirse a un período muestral que empiece, como pronto, en el año 1974.

En definitiva, el problema que se plantea es el de obtener un panorama de la economía española lo más general posible, teniendo en cuenta la restricción de que el número de variables empleadas para su caracterización no puede ser muy elevado. En estas circunstancias, parece apropiado comenzar preguntándose cuáles son los sectores de interés en los que se debería estructurar un modelo de la economía española. Una vez realizada esta sectorización, es necesario determinar qué conjunto mínimo de variables caracteriza a cada sector. Esta forma de proceder pretende garantizar que el conjunto de variables elegido sea, a la vez, restringido y capaz de caracterizar a la economía de forma global. En este proceso, el último paso consiste en elegir las series estadísticas disponibles que aproximen de forma adecuada las variables seleccionadas. Siguiendo este esquema, tal y como se puede ver en el gráfico III.1, la sectorización de la economía que se emplea en este trabajo distingue entre los sectores exterior, monetario, público y privado (no monetario),

FASES DE LA SELECCIÓN DE VARIABLES



que permiten una descripción completa y estructurada de la economía española.

III.1. El sector exterior

Este sector recoge la influencia de las decisiones de los agentes económicos que no pertenecen a la economía española. El proceso de apertura de esta economía a los mercados exteriores se ha acentuado en las últimas décadas y ha originado un aumento considerable de la interrelación entre las variables interiores y las internacionales. En este sentido, parece relevante la inclusión en el modelo de algunas variables que reflejen de manera explícita el entorno exterior. Dado que una de las principales vías de relación entre distintas economías es el comercio, parece

adecuado realizar la selección de variables en función de sus principales determinantes: la competitividad y la actividad exterior (1). Así, en el modelo se incluyen un tipo de cambio y una medida de la actividad en el resto del mundo.

En general, la inclusión del tipo de cambio puede responder a dos motivos: en primer lugar, a que es una variable que condiciona las decisiones de la política monetaria. En este caso, una buena aproximación, para los primeros años de la muestra, sería el tipo de cambio frente al dólar estadounidense, mientras que, para los últimos años del período analizado, sería más adecuado emplear el tipo de cambio frente al marco alemán. En segundo lugar, el tipo de cambio es una variable que asume el papel de transmisor de los efectos exteriores sobre la capacidad adquisitiva de la economía. En este sentido, el tipo de cambio sería indicativo de la competitividad de la economía nacional. Desde esta perspectiva de la competitividad, que es la adoptada en este trabajo, resulta, sin embargo, más adecuado emplear un tipo de cambio multilateral en lugar de uno bilateral, puesto que, en general, los movimientos apreciatorios o depreciatorios de la moneda nacional frente a las divisas de algunos socios comerciales se ven contrarrestados por movimientos depreciatorios o apreciatorios frente a las monedas de otros países. Dentro del conjunto de tipos de cambio multilaterales que se publican habitualmente, en este modelo se emplea la serie de tipo de cambio efectivo nominal frente a los países desarrollados, serie para la que se empleará la abreviatura TCEN.

Una variable de actividad en el resto del mundo debería recoger, teóricamente, al resto de países del mundo; no obstante, la calidad de los sistemas estadísticos de numerosos países no es plenamente satisfactoria, por lo que puede ser aconsejable restringir el ámbito geográfico a países con un elevado nivel de desarrollo, ya que estos proporcionan la información estadística de mayor calidad. En este sentido, la evidencia empírica existente para la economía española parece señalar que el ámbito de la OCDE es el más adecuado, tanto por su elevada participación en el producto generado en la economía mundial como por la mayor fiabilidad de las estadísticas de los países de dicha organización. Como consecuencia de lo anterior, la serie empleada como representativa de la evolución de la actividad mundial es la del producto interior bruto real de los países de la OCDE. La abreviatura empleada para esta serie es la de ACTM.

(1) Lógicamente, la demanda de bienes y servicios importados también depende de la actividad en el país. No obstante, dado su carácter interno, esta variable se incluye en el sector privado (no monetario).

III.2. El sector monetario

Este sector se asocia con la actuación de la autoridad monetaria y de las instituciones financieras. La caracterización del comportamiento de este área puede realizarse mediante una variable de precios y otra de cantidades, como son el tipo de interés y la cantidad de dinero.

El tipo de interés constituye el instrumento preferentemente utilizado para ejecutar la política monetaria, en la medida en que es una variable determinante de las decisiones de consumo e inversión de los agentes económicos. A pesar de que existen numerosos tipos de interés reales y nominales, de corto y largo plazo, y que cada uno de ellos incide de forma diferenciada sobre la economía, en este modelo, para simplificar, se utiliza un único tipo de interés para caracterizar el tono de la política monetaria y su efecto sobre las decisiones de gasto de los agentes económicos. La evidencia existente sugiere que los tipos de interés del mercado interbancario pueden cumplir adecuadamente este papel. Por este motivo, la serie elegida, que aparecerá referenciada como INT, es la del tipo de interés de depósitos no transferibles a un mes del mercado interbancario.

La consideración de la variable cantidad de dinero responde al hecho de que, a pesar de que las ecuaciones estimadas de demanda de dinero en años recientes se han mostrado inestables, la cantidad de dinero ha sido el objetivo intermedio de la política monetaria hasta 1994, utilizándose en la actualidad como indicador en la programación monetaria. En este sentido, el agregado monetario activos líquidos en manos del público (ALP) parece una elección adecuada, al haber sido utilizado como objetivo intermedio en el período central de la muestra utilizada y al ser un indicador de las presiones monetarias que sufre la economía.

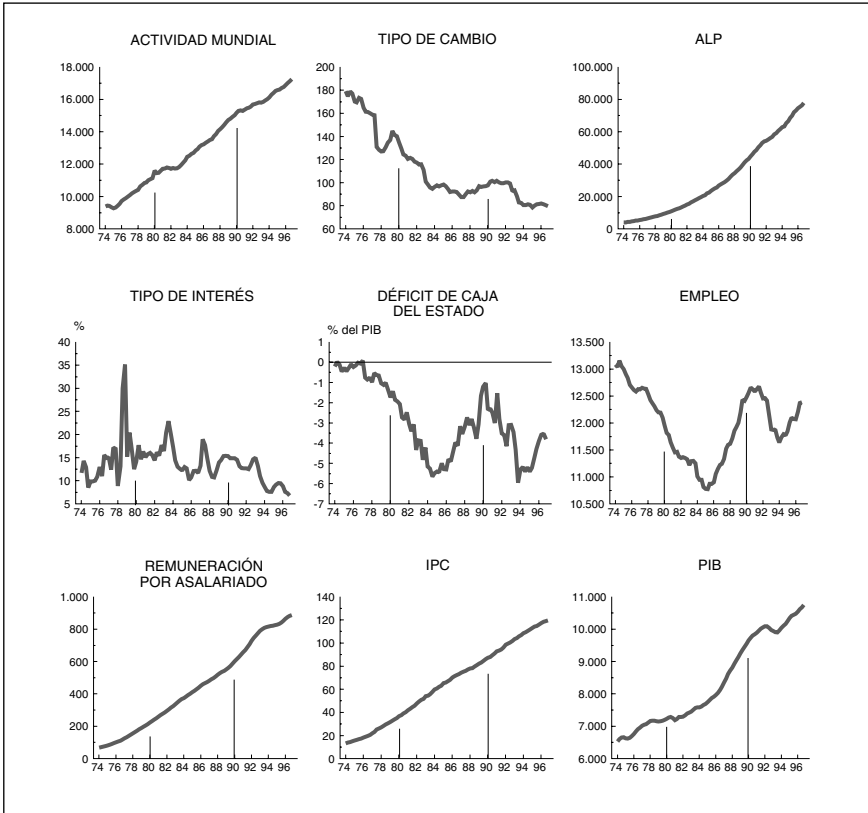
III.3. El sector público

La complejidad y diversidad de la actividad del sector público pueden aproximarse por su dimensión presupuestaria, la cual se puede representar mediante el déficit público. A pesar de las limitaciones que supone reducir este sector a una única variable, esta decisión ofrece la ventaja de ayudar a mantener la dimensión del modelo dentro de límites manejables.

La serie elegida, que aparecerá referenciada como NCF, ha sido la de déficit de caja del Estado (2), dado que la misma registra los pagos,

(2) Concretamente, la serie utilizada es la estimada en el Banco de España, serie que se diferencia del déficit de caja (no financiero), según la Intervención General de la Administración del Estado, en la corrección de ciertos desfases temporales en algunas rúbricas de gasto.

SERIES UTILIZADAS EN EL MODELO: NIVELES

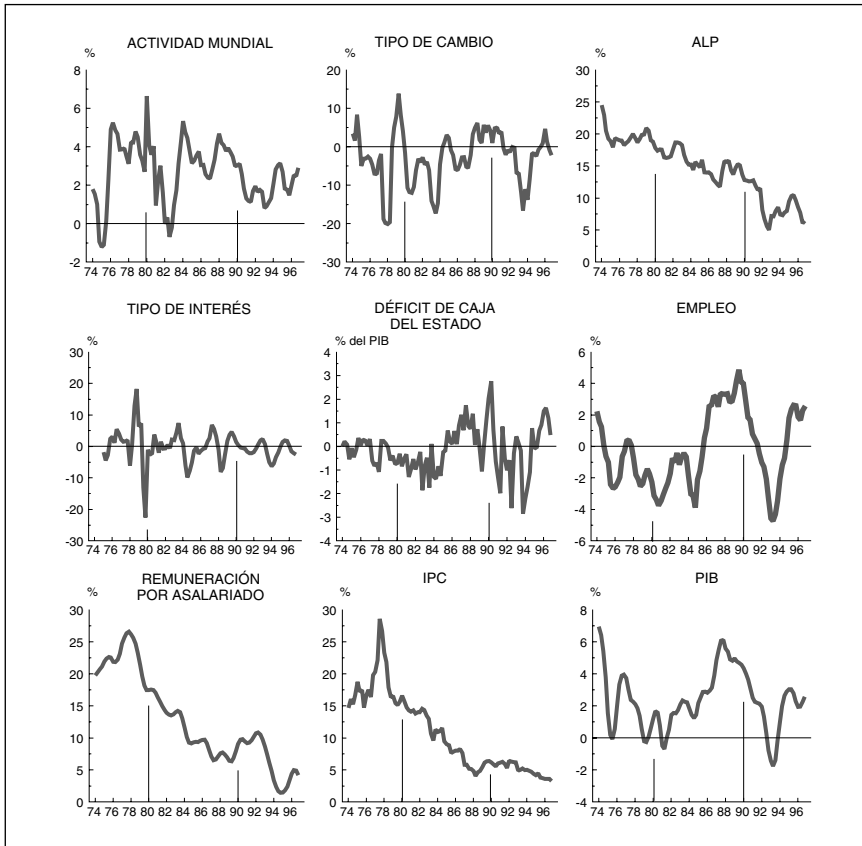


Fuentes: Banco de España, Instituto Nacional de Estadística y OCDE.

cobros y operaciones no financieras con independencia de la forma en que el Estado contabilice sus operaciones. Ahora bien, puesto que gran parte de la variabilidad de esta serie es producto de factores administrativos, que no deberían tener efectos económicos (3), se considera una media móvil de cuatro términos. Además, como es habitual, la serie se expresa como porcentaje del PIB nominal. Se debe señalar que el motivo de no emplear una serie que corresponda al conjunto de las Administraciones Públicas (AAPP), como sería deseable, no es otro que el del considerable lapso temporal que transcurre hasta que se obtiene información sobre el resto de las AAPP distintas del Estado.

(3) Por ejemplo, las modificaciones de los calendarios de recaudación impositiva no deberían afectar a la percepción por parte de los agentes de la situación de las finanzas públicas.

**SERIES UTILIZADAS EN EL MODELO:
TASAS INTERANUALES (a)**



Fuentes: Banco de España, Instituto Nacional de Estadística y OCDE.

(a) En el caso del tipo de interés y del déficit de caja del Estado, se utilizan variaciones interanuales.

III.4. El sector privado (no monetario)

El objetivo de este bloque es el de representar las decisiones de agentes internos en los mercados de bienes y servicios, así como en el mercado de trabajo. Para ello se han seleccionado, por un lado, los niveles de precios y salarios y, por otro, la producción y el empleo (4).

La inclusión de la variable de precios está justificada, al menos, por dos motivos. Por un lado, es una variable de referencia importante en la

(4) Aunque se utiliza la denominación de sector privado, las variables incluidas en este grupo hacen referencia al conjunto de la economía.

SERIES UTILIZADAS EN EL MODELO: FUENTES

<i>Sector</i>	<i>Variable (abreviatura)</i>	<i>Serie</i>	<i>Fuente</i>
Exterior	Actividad mundial (ACTM)	PIB a precios constantes de los países de la OCDE.	OCDE
	Tipo de cambio (TCEN)	Tipo de cambio efectivo nominal frente a países desarrollados. Índice 1990 = 100. Media de datos mensuales.	Banco de España
Público	Déficit público (NCF)	Déficit de caja del Estado según el Banco de España. Suma acumulada de datos mensuales. Serie transformada mediante medias móviles no centradas de cuatro términos, expresada como tanto por uno del PIB nominal.	Banco de España
Monetario	Tipo de interés (INT)	Tipo de interés de depósitos no transferibles a un mes en el mercado interbancario. Media de datos mensuales.	Banco de España
	Cantidad de dinero (ALP)	Activos líquidos en manos del público. Media de datos mensuales. Millones de pesetas.	Banco de España
Privado	Precios (IPC)	Índice de precios de consumo. Índice 1992 = 100. Media de datos mensuales.	Instituto Nacional de Estadística, y Matea, Briones y Regil (1993)
	Salarios (RPA)	Remuneración por asalariado en términos de Contabilidad Nacional. Miles de pesetas.	Banco de España
	Nivel de actividad (PIB)	Producto interior bruto a precios constantes. Base 1986. Miles de millones de pesetas.	Instituto Nacional de Estadística
	Ocupación (L)	Población ocupada según la Encuesta de Población Activa. Miles de personas.	Instituto Nacional de Estadística, Perea y Gómez (1994), y Artola, García Perea y Gómez (1997)

Fuente: Elaboración propia.

toma de decisiones de los agentes económicos privados. Por otro lado, muestra de forma directa la situación inflacionista de la economía nacional, cuyo control es el objetivo prioritario de la autoridad monetaria. La serie elegida para representar la evolución de los precios ha sido la del índice de precios de consumo (IPC) (5), dado que dicha serie suele servir de referencia de los agentes privados y el banco central establece sus objetivos en términos de la misma. La elección de series alternativas, como los deflatores de la Contabilidad Nacional, ha quedado descartada por el mayor retraso en la recepción de esta información, por la frecuencia y magnitud de las revisiones, y, fundamentalmente, por la menor atención que reciben por parte de los distintos agentes económicos.

La variable salarial recoge, en parte, los términos en los que se establece el equilibrio en el mercado de trabajo, y señala, además, la posible existencia de presiones nominales sobre la evolución de los precios. Si se desea captar de forma precisa el proceso de formación de precios, parece necesario hacer hincapié en los costes laborales, que son un componente importante de los costes variables de las empresas. La remuneración por asalariado, que incluye el salario y las cotizaciones sociales, tanto a cuenta del empresario como del trabajador, resulta ser la variable más apropiada para representar el coste laboral. De forma abreviada nos referiremos a esta variable como RPA.

Finalmente, la producción y el empleo han sido las variables seleccionadas para reflejar el nivel de actividad real de la economía. Las series concretas elegidas son el producto interior bruto (PIB) y la población ocupada (L).

La evolución de las variables incluidas en este modelo, tanto en nivel como en tasa de crecimiento interanual, para todo el período muestral considerado aparecen representadas en los gráficos III.2 y III.3. La fuente de las mismas se recoge en el cuadro III.1.

(5) Concretamente, la serie utilizada en este modelo ha sido corregida de los efectos de la modificación de los tipos impositivos correspondientes al impuesto sobre el valor añadido realizada en el primer trimestre de 1995. Esta corrección se ha llevado a cabo mediante la estimación del efecto de la modificación fiscal en el nivel de la serie, descontándose tanto en ese trimestre como en todos los trimestres posteriores.

IV

LA ESPECIFICACIÓN DEL MODELO

IV.1. Descripción de la estructura del modelo

Como se ha señalado en la sección I.3.3, la especificación de la información *a priori* que se incorpora a los modelos BVAR suele estar fundamentada en las regularidades empíricas observadas en el comportamiento de las series económicas, y se introducen mediante un conjunto de hiperparámetros como el especificado en [I.22)]. En cualquier caso, estas regularidades deben considerarse como un conjunto de propiedades mínimas comunes a gran cantidad de series económicas, de manera que la aplicación práctica de los modelos BVAR no debe limitarse exclusivamente a considerar esas regularidades como todo el conjunto de información *a priori*. La especificación de una información *a priori* acorde con dichas regularidades es un punto de partida para la especificación de un conjunto más amplio de información *a priori* que dependerá de los datos utilizados y del problema objeto de estudio. En un intento de adecuarse a las particularidades existentes en la economía española, el conjunto de información *a priori* utilizado en el modelo especificado presenta los siguientes rasgos:

— Distribución *a priori* de los coeficientes

Se supone que la distribución *a priori* de los coeficientes del modelo es normal multivariante. En términos formales, si β denota el vector columna que recoge todos los coeficientes del modelo (1), se tiene que:

$$\beta \sim N_{nm+d} [\bar{\beta}(\tau), \Omega(\tau)] \quad [IV.1]$$

siendo n el número de variables endógenas del sistema, m el número de retardos del modelo y d el número de variables deterministas. Para ca-

(1) Con el objeto de simplificar la notación se prescinde del subíndice temporal en $\bar{\beta}_0$ y en Ω_0 .

racterizar de forma completa esta distribución es necesario especificar el vector de medias $\bar{\beta}$ y la matriz de varianzas y covarianzas Ω que son función de un vector de hiperparámetros τ de dimensión reducida, cuyos elementos aparecen en el cuadro IV.1. Más adelante se hacen explícitas las relaciones funcionales entre las medias y varianzas *a priori* y los elementos del vector de hiperparámetros τ .

Siguiendo la práctica habitual en la literatura, se supone que la matriz de varianzas y covarianzas es diagonal, por lo que los coeficientes del modelo son *a priori* independientes. Es decir, para cada coeficiente se tiene:

$$\beta_{ijs} \sim N [\bar{\beta}_{ijs}(\tau), \sigma_{ijs}^2(\tau)] \quad \begin{array}{l} i = 1, \dots, n \\ j = 1, \dots, n + d \\ s = 1, \dots, m \end{array} \quad [IV.2]$$

siendo i el número de la ecuación, j el número de la variable explicativa (tanto para las n variables estocásticas del sistema como para las d variables deterministas) y s el número del retardo. En definitiva, para la caracterización completa de la distribución de cada coeficiente solo es necesario especificar su media y su varianza *a priori*.

Las relaciones funcionales entre las medias y varianzas *a priori* y los elementos del vector de hiperparámetros se detallan a continuación.

— *Media a priori de los coeficientes de las variables estocásticas*

En el modelo se distinguen dos grupos de variables con medias asociadas al primer retardo propio diferentes, τ_0 y τ_1 . Los coeficientes asociados al resto de los retardos tienen media nula. En forma de ecuación:

Si $i \in C_1$

$$\bar{\beta}_{ijs} = \begin{cases} \tau_0 & i = j, \quad s = 1 \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases} \quad [IV.3]$$

Si $i \in C_2$

$$\bar{\beta}_{ijs} = \begin{cases} \tau_1 & i = j, \quad s = 1 \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases} \quad [IV.4]$$

donde C_1 hace referencia al conjunto formado por las variables actividad mundial, cantidad de dinero, remuneración por asalariado, precios, producción y empleo; y C_2 hace referencia al conjunto formado por las variables tipo de cambio, tipo de interés y déficit público.

**HIPERPARÁMETROS DE LOS QUE DEPENDEN LA MEDIA Y VARIANZA
A PRIORI DE LOS COEFICIENTES DEL MODELO**

- τ_0 : Media *a priori* del coeficiente del primer retardo propio para un grupo de variables.
- τ_1 : Media *a priori* del coeficiente del primer retardo propio para el resto de variables.
- τ_2 : Grado global de incertidumbre.
— Este hiperparámetro determina el peso relativo de la información *a priori*.
- τ_3 : Incertidumbre relativa del resto de variables.
— Este hiperparámetro indica la importancia del resto de variables.
- τ_4 : Incertidumbre relativa de los retardos.
— Este hiperparámetro indica en qué medida los retardos más cercanos en el tiempo tienen mayor contenido informativo que los más alejados.
- τ_5 : Incertidumbre relativa del término constante.
— El hiperparámetro indica la incertidumbre sobre el valor que puede tomar la constante.
- τ_6 : Incertidumbre relativa de las variables ficticias estacionales.
— El hiperparámetro muestra la incertidumbre sobre el valor que pueden tomar los coeficientes asociados a las variables estacionales.
- τ_7 : Variación temporal de los coeficientes.
— Este hiperparámetro controla la varianza del proceso de paseo aleatorio correspondiente a cada coeficiente.
- τ_8 : Incertidumbre relativa de las variables internas en la ecuación de la actividad mundial.
— Este hiperparámetro permite especificar la variable de actividad mundial como exógena al resto del sistema cuando toma un valor nulo.
- τ_9 : Incertidumbre relativa de la actividad mundial en el resto del sistema.
— Este hiperparámetro permite diferenciar con respecto al resto de variables, la incertidumbre *a priori* asociada a los coeficientes de la actividad mundial en el resto de variables.

Fuente: Elaboración propia.

— *Media a priori de los coeficientes de las variables deterministas*

Para este tipo de variables se especifica una media *a priori* nula:

$$\bar{\beta}_{ijs} = 0 \quad \begin{array}{l} i = 1, \dots, n \\ j = n + 1, \dots, n + d \\ s = 0 \end{array} \quad [IV.5]$$

donde $s = 0$, ya que se supone que las variables deterministas solo afectan contemporáneamente.

— *Varianza a priori de los coeficientes de los retardos propios*

Se denominan retardos propios los correspondientes, en cada ecuación, a la variable que figura en el primer miembro. Se considera que su varianza *a priori* está determinada por:

$$\sigma_{ijs}^2 = \frac{\tau_2}{s^{\tau_4}} \sigma_{\varepsilon_i}^2 \quad \begin{matrix} i = j & i = 1, \dots, n \\ s = 1, \dots, m \end{matrix} \quad [\text{IV.6}]$$

Como se puede apreciar, la varianza depende de los hiperparámetros τ_2 , τ_4 y del elemento $\sigma_{\varepsilon_i}^2$. τ_2 es un hiperparámetro global del que dependen todas las varianzas *a priori* del sistema. Este hiperparámetro determina el peso relativo de la información *a priori*. Así, un valor nulo supone no tener en cuenta la información muestral, mientras que un valor infinito supone no tener en cuenta la información *a priori*. Por otro lado, el hiperparámetro τ_4 indica en qué medida los retardos más cercanos en el tiempo tienen mayor contenido informativo que los retardos más lejanos en el tiempo. Así, valores elevados de este parámetro indican que los coeficientes lejanos son, *a priori*, menos importantes, mientras que su importancia será mayor si el valor es reducido. Por último, $\sigma_{\varepsilon_i}^2$ se obtiene, siguiendo a Litterman (1986), como la varianza residual de un modelo AR(m) con un término constante.

— *Varianza a priori de los coeficientes de los retardos del resto de variables*

La varianza *a priori* de los coeficientes de las variables que, en cada ecuación, no figuran en el primer miembro se especifica como:

$$\sigma_{ijs}^2 = \frac{\tau_2 \tau_3}{s^{\tau_4}} \frac{\sigma_{\varepsilon_i}^2}{\sigma_{\varepsilon_j}^2} \quad \begin{matrix} i \neq j & i = 1, \dots, n \\ j = 1, \dots, n \\ s = 1, \dots, m \end{matrix} \quad [\text{IV.7}]$$

Dicha varianza depende, además de los términos comentados anteriormente, de un hiperparámetro adicional τ_3 . El efecto de este hiperparámetro es indicar la importancia de los retardos de las otras variables. Un valor reducido supone una escasa interacción entre variables, mientras que un valor elevado supone que las interacciones son importantes.

— *Varianza a priori del término constante*

La varianza *a priori* del término constante depende del hiperparámetro τ_5 . Un valor elevado de τ_5 supone que no se dispone apenas de información *a priori* sobre el valor que puede tomar la constante, y un valor nulo implica que el conocimiento es absoluto. Un τ_5 nulo junto con una media *a priori* nula es equivalente a no incluir un término constante en el modelo.

$$\sigma_{ijs}^2 = \tau_2 \tau_5 \sigma_{\varepsilon_i}^2 \quad \begin{array}{l} i = 1, \dots, n \\ j = n + 1 \\ s = 0 \end{array} \quad [\text{IV.8}]$$

— *Varianza a priori de los coeficientes de las variables artificiales estacionales*

Dado que, entre las variables incluidas en este modelo, el índice de precios de consumo, los activos líquidos en manos del público y el empleo presentan un comportamiento estacional, se introducen en sus ecuaciones variables artificiales estacionales. Su varianza *a priori* depende del hiperparámetro τ_6 . Un valor elevado de τ_6 indica un alto grado de incertidumbre en torno al valor que pueden tomar los coeficientes asociados a estas variables estacionales, mientras que un valor nulo supone que el conocimiento *a priori* es perfecto. Al igual que en el caso de la constante, un valor nulo para el hiperparámetro τ_6 , junto con una media *a priori* nula, equivale a la exclusión de las variables artificiales estacionales. La forma funcional de la varianza *a priori* quedará establecida como:

$$\sigma_{ijs}^2 = \tau_2 \tau_6 \sigma_{\varepsilon_i}^2 \cdot I_i \quad \begin{array}{l} i = 1, \dots, n \\ j = n + 2, n + 3, n + 4 \\ s = 0 \end{array} \quad [\text{IV.9}]$$

donde I_i es 1 si la variable i muestra un comportamiento estacional (como sucede con la cantidad de dinero, los precios y el empleo), y 0 en caso contrario.

— *Variación temporal de los coeficientes*

En este modelo se admite la posibilidad de que los coeficientes presenten variación temporal. En concreto, cada coeficiente sigue un proceso de paseo aleatorio cuya varianza viene dada por el hiperparámetro τ_7 . Obviamente, si τ_7 es igual a cero, el modelo considerado no presenta variación temporal. La representación formal de esta característica será:

$$\beta_t = \beta_{t-1} + u_t \quad [IV.10]$$

$$u_t \sim N(0, \tau_7 I) \quad [IV.11]$$

— *Varianza a priori de los coeficientes de la actividad mundial en el resto de las ecuaciones y de los coeficientes del resto de variables en la ecuación de la actividad mundial*

La información *a priori* que se está considerando supone implícitamente que todas las variables son endógenas. Sin embargo, en el caso de economías pequeñas, como la española, resulta más adecuado considerar la posibilidad de que la actividad mundial sea exógena; es decir, que no se vea afectada por las variables internas. Para conseguir este objetivo, se introducen dos hiperparámetros adicionales. El primero de ellos, τ_8 , recoge la incertidumbre relativa de las variables internas en la ecuación de la actividad mundial, que es la primera del sistema. La exogenidad se obtiene si τ_8 toma el valor nulo. Por otro lado, el hiperparámetro τ_9 permite controlar la incertidumbre relativa de la actividad mundial en el resto del sistema.

Así, la varianza *a priori* de los coeficientes del resto de variables en la ecuación de la actividad mundial será:

$$\sigma_{ijs}^2 = \frac{\tau_2 \tau_3 \tau_8}{s^{\tau_4}} \frac{\sigma_{\varepsilon_i}^2}{\sigma_{\varepsilon_j}^2} \quad \begin{array}{l} i = 1 \\ j = 2, \dots, n \\ s = 1, \dots, m \end{array} \quad [IV.12]$$

mientras que la varianza *a priori* de los coeficientes de la actividad mundial en el resto de ecuaciones será:

$$\sigma_{ijs}^2 = \frac{\tau_2 \tau_3 \tau_9}{s^{\tau_4}} \frac{\sigma_{\varepsilon_i}^2}{\sigma_{\varepsilon_j}^2} \quad \begin{array}{l} i = 2, \dots, n \\ j = 1 \\ s = 1, \dots, m \end{array} \quad [IV.13]$$

— *Varianza a priori de los coeficientes de la ecuación del tipo de interés*

Al igual que la actividad mundial, el tipo de interés recibe un trato diferenciado con respecto al resto de variables. Así, en este modelo se considera que el tipo de interés sigue un proceso AR[1] que resulta exógeno al resto de variables del sistema:

$$\sigma_{ij|s}^2 = \begin{cases} \tau_2 \sigma_{\varepsilon_i}^2 & i = j = 4 \\ s = 1 \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases} \quad [\text{IV.14}]$$

siendo la ecuación del tipo de interés la cuarta del sistema.

— *Varianza a priori de los coeficientes de otras variables deterministas*

En la ecuación de precios existen, asimismo, dos variables deterministas de tipo escalón, para captar, respectivamente, la implantación del impuesto sobre el valor añadido en el sistema fiscal español en el primer trimestre de 1986 y la modificación de los tipos de dicho impuesto en el primer trimestre de 1992. La varianza *a priori* para estas variables será:

$$\sigma_{ij|s}^2 = \tau_2 \tau_5 \sigma_{\varepsilon_i}^2 \quad \begin{matrix} i = 7 \\ j = n + 5, n + 6 \\ s = 0 \end{matrix} \quad [\text{IV.15}]$$

donde la ecuación de precios es la séptima del sistema.

Las ecuaciones correspondientes al PIB y al empleo contienen como variables deterministas adicionales una tendencia truncada, con punto de ruptura en el primer trimestre de 1985. Hay que destacar que la utilización de tendencias deterministas, sobre todo en los tramos finales del período muestral, suele originar serios problemas a la hora de realizar predicciones, ya que provoca que las previsiones se muestren poco flexibles al incorporar nueva información. Ahora bien, esto no es cierto en modelos, como el que aquí se presenta, con esquemas bayesianos de actualización de los coeficientes, que permiten la adaptación de las previsiones a la nueva información. La varianza *a priori* para esta tendencia truncada será:

$$\sigma_{ij|s}^2 = \tau_2 \tau_5 \sigma_{\varepsilon_i}^2 \quad \begin{matrix} i = 8, 9 \\ j = n + 7 \\ s = 0 \end{matrix} \quad [\text{IV.16}]$$

correspondiendo la octava ecuación al PIB, y la novena, al empleo.

Como puede observarse, las varianzas *a priori* correspondientes a la constante y otras variables deterministas (con excepción de las estacionales) presentan la misma forma funcional. Este hecho viene a materializar el supuesto, adoptado en este modelo, de que existe el mismo grado de conocimiento en torno a los valores que pueden tomar sus correspondientes coeficientes, por lo que se les asigna la misma incertidumbre.

Una vez establecida la distribución *a priori* que se considera en el modelo, el siguiente paso debe ser la estimación de la forma reducida del mismo, combinando la información *a priori* con la información muestral.

IV.2. Estimación de las formas reducidas

La mayoría de las series que se contemplan en este análisis puede caracterizarse como procesos no estacionarios. Con el objeto de evitar la posibilidad de regresiones espúreas, la solución tradicional para tratar este hecho consistía en la estimación de modelos en diferencias. No obstante, el desarrollo de la teoría de la cointegración ha permitido demostrar que esta forma de proceder no es correcta, ya que supone desprestigiar información sobre las presumibles relaciones de largo plazo existentes entre estas series, lo que conduce a la existencia de sesgos en los parámetros estimados. Asimismo, en vista de la controversia que se suele desatar en torno al número concreto de relaciones de cointegración y a las dificultades prácticas de su interpretación cuando el número de variables modelizadas no es reducido, una forma de proceder que se emplea cada vez con más frecuencia es la estimación irrestringida de modelos VAR en niveles. En efecto, este procedimiento permite obtener estimadores consistentes, que son asintóticamente equivalentes a los que se obtienen utilizando máxima verosimilitud (2). Por otro lado, la consistencia de los estimadores no se ve afectada por la introducción de la información *a priori* (3). En consecuencia, en los diferentes modelos que se han estimado las variables no han sido transformadas mediante diferencias.

En la especificación de modelos multiecuacionales existen, en general, ganancias de eficiencia cuando la estimación de todas las ecuaciones se realiza de forma conjunta, en lugar de estimar cada ecuación de forma independiente. Como se ha comentado en la primera parte de este trabajo, en el caso de los modelos VAR irrestringidos estas ganancias de

(2) Véanse Sims, Stock y Watson (1990), y Park y Phillips (1989).

(3) Véanse Sims (1991) y la evidencia empírica que proporcionan Álvarez y Ballabriga (1994).

eficiencia desaparecen, ya que cada ecuación incorpora las mismas variables explicativas. Sin embargo, cuando se abandonan los métodos de estimación clásicos se debe tener en cuenta que el hecho de que se introduzcan las mismas variables explicativas en cada ecuación no necesariamente supone que haya que descartar la posibilidad de incrementar la eficiencia de la estimación respecto a los métodos uniecuacionales. En efecto, la condición para que no existan ganancias de eficiencia en la estimación de modelos BVAR es que las matrices de covarianzas de la distribución *a priori* de los coeficientes sean un múltiplo de la varianza residual para cada una de las ecuaciones (4). Este hecho sugeriría, para este tipo de modelos, la conveniencia de la estimación multiecuacional. En cualquier caso, dado que los resultados preliminares obtenidos con una estimación conjunta de todo el sistema no indicaban grandes diferencias frente a la estimación ecuación por ecuación, unido al elevado coste computacional en un modelo del tamaño del que se emplea (5), ha conducido, siguiendo la práctica habitual en la literatura (6), a emplear estimaciones uniecuacionales.

La estimación de una forma reducida puede realizarse, en general, de diferentes maneras. Los métodos clásicos priman consideraciones de insesgadez, consistencia y eficiencia, criterios que llevarían a emplear estimaciones por mínimos cuadrados ordinarios cuando se adopta esta perspectiva. Por otro lado, si se adopta una perspectiva bayesiana pura, como se ha comentado en el epígrafe I.3, no se debería partir de una distribución *a priori* de los coeficientes que dependa de un conjunto reducido de hiperparámetros τ desconocidos, sino que habría que asociar también una distribución *a priori* a estos hiperparámetros y efectuar el correspondiente proceso de integración para obtener la distribución *a posteriori* de los coeficientes del modelo. Para evitar este proceso, que resulta costoso, en la literatura se han utilizado con frecuencia algunos procedimientos alternativos: por un lado, el uso de distribuciones *a priori* asociadas a vectores concretos de hiperparámetros que reflejen algunas reglas empíricas sobre el comportamiento de las series temporales económicas (7); por otro, el uso de la prior asociada al vector de hiperparámetros que maximiza la verosimilitud del sistema. En una perspectiva bayesiana, este enfoque supone aproximar la media de la distribución *a posteriori* a través de la moda. Si la distribución *a priori* del vector de hiperparámetros es uniforme, esta aproximación será buena, siempre que,

(4) Véase Doan, Litterman y Sims (1984).

(5) La proporción, en tiempo de ordenador, de estimar de forma uniecuacional en lugar de forma conjunta es, aproximadamente, de 1 a 14.000.

(6) Véase, por ejemplo, Sims (1989)

(7) Este enfoque se podría interpretar como que la distribución *a priori* del vector de hiperparámetros τ es una distribución degenerada que acumula toda la masa de probabilidad en ese punto.

para aquellos vectores de hiperparámetros para los que la verosimilitud sea elevada, la correspondiente distribución *a posteriori* no difiera sustancialmente de la asociada al vector máximo-verosímil. Asimismo, de forma alternativa a estos criterios, cuando se elaboran modelos orientados a la predicción es frecuente minimizar alguna medida de error de predicción. En concreto, el criterio seguido en este trabajo supone minimizar la raíz del error cuadrático medio de predicción extramuestral (8) de uno a cuatro períodos por delante (9). Este estadístico de predicción a un año será denominado EP1.

Obsérvese que la especificación comentada en el apartado IV.1 es lo suficientemente general como para englobar las diferentes posibilidades que se han comentado. Así, la estimación de un modelo UVAR dentro de este marco es posible, como se ha comentado en la primera parte, haciendo que τ_2 tienda a infinito. Por su parte, la distribución *a priori* que refleja las reglas empíricas descritas en el epígrafe I.3.3, sobre el comportamiento de series temporales económicas, se asocia, a veces, a la Universidad de Minnesota, motivo por el que nos referiremos a esta como MIN, y cuyos valores de los hiperparámetros aparecen en el cuadro IV.2 (columna MIN). Por último, el vector de hiperparámetros asociado al estadístico de predicción hasta un año también aparece recogido en dicho cuadro (10) (columna BVAR). Para determinar este vector, se utiliza la rutina de optimización no estándar descrita en Sims (1986a), así como el filtro de Kalman para combinar la distribución *a priori* de los coeficientes del modelo con la información muestral. Dicha rutina de optimización no estándar funciona de la siguiente manera: dado un conjunto inicial de hiperparámetros y su correspondiente estadístico de optimización, el procedimiento interpola una superficie a los estadísticos, determina el mínimo de la misma y obtiene el vector de hiperparámetros asociado a dicho mínimo. Una vez obtenido, mediante el filtro de Kalman, el estadístico asociado al vector, el proceso de interpolación y minimización se repite, hasta alcanzar la convergencia. En este caso concreto, se han realizado 200 iteraciones.

En el modelo se considera la transformación logarítmica de todas las series, excepto del tipo de interés, que se expresa en tanto por uno, y el

(8) El modelo se reestima con información hasta t y se utiliza para predecir $t + s$, $s = 1, \dots, 4$.

(9) El estadístico empleado en este trabajo promedia las raíces de los errores cuadráticos medios de las distintas variables para los diferentes horizontes predictivos. Para evitar que el criterio penalice en exceso las ecuaciones con alta variabilidad, la raíz del error cuadrático medio de cada ecuación se divide por la desviación típica residual de un modelo AR(m).

(10) Como criterio de estimación alternativo también se ha maximizado la verosimilitud. No obstante, la capacidad predictiva extramuestral resulta algo inferior respecto al uso de una función objetivo orientada a la predicción.

HIPERPARÁMETROS ASOCIADOS A LAS FORMAS REDUCIDAS (a)

Hiperparámetros	Modelos			
	BVAR	UVAR	BAR	MIN
τ_0 : Media <i>a priori</i> del primer retardo de la variable dependiente para el primer grupo de variables {ACTM, ALP, RPA, IPC, PIB, L}	0,921	1,0	0,921	1,0
τ_1 : Media <i>a priori</i> del primer retardo de la variable dependiente para el segundo grupo de variables {TCEN, INT, NCF}	0,632	1,0	0,632	1,0
τ_2 : Grado global de incertidumbre	$0,58 \times 10^{-2}$	$1,0 \times 10^8$	$0,58 \times 10^{-2}$	0,2
τ_3 : Incertidumbre relativa de los retardos de otras variables	0,0476	0,5	0,0	0,5
τ_4 : Incertidumbre relativa de los retardos	1,688	1,0	1,688	1,0
τ_5 : Incertidumbre relativa del término constante	9×10^6	5,0	9×10^6	5,0
τ_6 : Incertidumbre relativa de las variables ficticias estacionales	81×10^9	5,0	81×10^9	5,0
τ_7 : Variación temporal de los coeficientes	$0,103 \times 10^{-5}$	0,0	$0,103 \times 10^{-5}$	0,0
τ_8 : Incertidumbre relativa de las variables internas en la ecuación de la actividad mundial	0,0	0,0	0,0	0,0
τ_9 : Incertidumbre relativa de la actividad mundial en el resto del sistema	1,0	1,0	1,0	1,0

Fuente: Elaboración propia.

(a) El conjunto de variables con estacionalidad está formado por {ALP, IPC, L}. El conjunto de variables sin estacionalidad está formado por {ACTM, TCEN, INT, NCF, RPA, PIB}.

déficit público, que se expresa como porcentaje del PIB. El período muestral utilizado comienza en el primer trimestre de 1974 y termina en el último trimestre de 1996 (11). El número de retardos considerado en los distintos modelos ha sido de cuatro (12).

(11) El período empleado en la calibración del modelo abarca desde el primer trimestre de 1974 hasta el último trimestre de 1993.

(12) La consideración de un número de retardos mayor conducía a un deterioro de la capacidad predictiva del modelo.

V

LAS INTERRELACIONES ENTRE LAS VARIABLES DEL MODELO

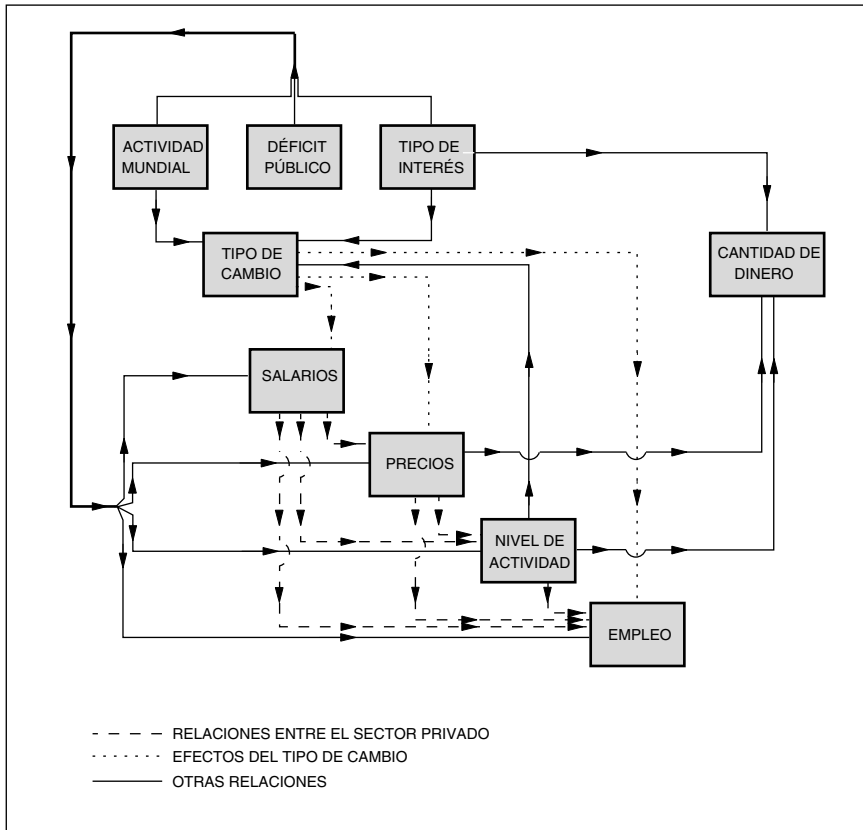
Como se ha comentado en la primera parte del trabajo, en la metodología VAR el análisis de las relaciones entre variables se basa, habitualmente, en el estudio de las funciones de respuesta al impulso y de las descomposiciones de varianza correspondientes al modelo estructural especificado.

V.1. Motivación del esquema de identificación utilizado

Existen diferentes posibilidades en cuanto a la forma de alcanzar la identificación de un modelo; fundamentalmente, estas posibilidades son el uso de restricciones contemporáneas, de largo plazo o mixtas (1). En este apartado se emplean restricciones contemporáneas. Estas suponen que determinadas variables no afectan a otras en el mismo momento en que se produce la perturbación, por lo que en esa dirección no existe causalidad contemporánea. En cualquier caso, se debe resaltar que no se impone ninguna restricción sobre las interrelaciones dinámicas entre las diferentes variables. El gráfico V.1 muestra las restricciones económicas especificadas, todas ellas definidas de forma contemporánea. El sentido de la flecha indica el sentido de la causalidad contemporánea. Así, por ejemplo, la flecha que va del tipo de interés al tipo de cambio indica que las variaciones del tipo de interés pueden afectar contemporáneamente al tipo de cambio. En un primer nivel del gráfico se encuentran las variables que, contemporáneamente, no están causadas por ninguna otra: la actividad mundial, el déficit público y el tipo de interés. En un segundo nivel se encuentran el tipo de cambio, afectado por la actividad

(1) Para la economía española, Campillo (1992) y Campillo y Jimeno (1993) utilizan esquemas de Choleski; Álvarez, Jareño y Sebastián (1993) y Ballabriga y Sebastián (1993) emplean esquemas de identificación no recursivos basados en restricciones contemporáneas; Álvarez y Sebastián (1998) utilizan esquemas de identificación basados en restricciones de largo plazo.

ESQUEMA DE IDENTIFICACIÓN DE REFERENCIA



mundial, el tipo de interés y el nivel de actividad, y la cantidad de dinero, determinada por el tipo de interés, el nivel de precios y el nivel de actividad. Por último, en un tercer nivel figuran las variables del sector privado, estableciéndose entre ellas una relación contemporánea recursiva en el orden salarios, precios, actividad nacional y empleo. Además, las variables del sector privado están afectadas por la actividad mundial, el déficit público, el tipo de interés y el tipo de cambio, aunque este último no afecte contemporáneamente al nivel de actividad nacional.

Este conjunto de restricciones supone renunciar a una identificación aislada de las perturbaciones estructurales de la economía, en pro de una identificación basada en grupos de perturbaciones (2). La identifica-

(2) Véanse, como ejemplos de esta estrategia, Ballabriga (1988) o Álvarez, Ballabriga y Jareño (1995).

ción por grupos pretende aislar conjuntos de ecuaciones que puedan tomarse como representativos del comportamiento de agentes económicos específicos. Así, cada conjunto debe captar fuentes de variabilidad (perturbaciones estructurales) independientes, por lo que las perturbaciones de los distintos grupos deben ser ortogonales entre sí. Si se considera que el contenido informativo de los datos no es suficiente para aislar el comportamiento representado por alguna de las ecuaciones de un grupo, la ortogonalidad se puede obtener estableciendo un esquema recursivo entre las variables del grupo.

Bajo este enfoque, el esquema de identificación mostrado en el gráfico V.1 presenta cinco grupos. Los dos primeros pretenden aislar las perturbaciones asociadas a las dos variables directamente relacionadas con el sector exterior de la economía, como son la actividad mundial y el tipo de cambio. Un tercer conjunto representaría el comportamiento del sector público en su dimensión fiscal. El cuarto grupo contendría el comportamiento del mercado monetario, mediante la consideración de las variables de tipo de interés y cantidad de dinero. Por último, el quinto conjunto abarcaría a aquellas variables que representan las decisiones del sector privado en su vertiente de producción y trabajo; este grupo incluiría las variables de salarios, precios, nivel de actividad y empleo. A continuación se realiza una descripción más detallada de estos grupos y de su justificación.

El grupo formado por la ecuación de la actividad mundial identifica como estructural la perturbación asociada a esta variable. En otros términos, esta identificación supone que las variables internas de la economía española no pueden afectar de forma contemporánea al nivel de producción mundial (3).

El tipo de cambio está identificado mediante una ecuación que abre canales a los efectos contemporáneos asociados a las perturbaciones financieras, a través del tipo de interés, y a las comerciales, tanto internas, motivadas por la evolución del nivel de actividad nacional, como externas, asociadas a la actividad mundial.

La actuación del sector público viene identificada en el tercer grupo, de forma que se considera que las perturbaciones del déficit público están asociadas a la política fiscal. La identificación utilizada no permite la influencia contemporánea de ninguna otra variable sobre el déficit público. Así, por ejemplo, el efecto de un aumento de la recaudación impositiva como consecuencia del incremento de la actividad se manifestará de for-

(3) Dado el tamaño de la economía española, en la estimación de los diferentes modelos se ha impuesto que las variables internas no pueden afectar a la actividad mundial, ni siquiera de forma desfasada.

COEFICIENTES ESTRUCTURALES ESTIMADOS
Modelo BVAR (a)

$$\varepsilon_{ACTM} = v_{ACTM}$$

$$\varepsilon_{TCEN} = 0,15\varepsilon_{ACTM} - 0,01\varepsilon_{INT} - 0,25\varepsilon_{PIB} + v_{TCEN}$$

(0,57) (0,11) (1,28)

$$\varepsilon_{ALP} = -0,01\varepsilon_{INT} + 0,10\varepsilon_{IPC} + 0,15\varepsilon_{PIB} + v_{ALP}$$

(0,03) (0,09) (0,26)

$$\varepsilon_{INT} = v_{INT}$$

$$\varepsilon_{NCF} = v_{NCF}$$

$$\varepsilon_{RPA} = 0,04\varepsilon_{ACTM} - 0,02\varepsilon_{TCEN} + 0,02\varepsilon_{INT} + 0,08\varepsilon_{NCF} + v_{RPA}$$

(0,09) (0,02) (0,02) (0,10)

$$\varepsilon_{IPC} = 0,22\varepsilon_{ACTM} - 0,13\varepsilon_{TCEN} - 0,03\varepsilon_{INT} - 0,11\varepsilon_{NCF} + 0,20\varepsilon_{RPA} + v_{IPC}$$

(0,15) (0,03) (0,03) (0,18) (0,18)

$$\varepsilon_{PIB} = 0,02\varepsilon_{ACTM} - 0,01\varepsilon_{INT} + 0,04\varepsilon_{NCF} - 0,20\varepsilon_{RPA} - 0,01\varepsilon_{IPC} + v_{PIB}$$

(0,05) (0,01) (0,06) (0,07) (0,04)

$$\varepsilon_L = -0,05\varepsilon_{ACTM} + 0,01\varepsilon_{TCEN} + 0,02\varepsilon_{INT} - 0,25\varepsilon_{NCF} + 0,11\varepsilon_{RPA} + 0,08\varepsilon_{IPC} + 0,41\varepsilon_{PIB} + v_L$$

(0,15) (0,03) (0,03) (0,17) (0,19) (0,11) (0,30)

Fuente: Elaboración propia.

(a) Test de sobreidentificación: $\chi^2_9 = 7,10$, nivel de significación 0,63. Desviaciones típicas entre paréntesis. ε innovaciones de la forma reducida; v perturbaciones estructurales.

ma retardada. Además, se considera que la política fiscal actúa de forma independiente de la situación económica contemporánea. Esta hipótesis se justifica en la medida en que los gestores de la política fiscal disponen con un cierto retraso de la información referente a la evolución económica presente.

El cuarto grupo de ecuaciones identifica el sector monetario, permitiendo el análisis por separado de las perturbaciones de oferta y demanda de dinero. Así, la ecuación correspondiente al tipo de interés se asocia a la oferta monetaria, no respondiendo esta a la situación económica contemporánea. Esta hipótesis, al igual que sucedía con la política fiscal, es consecuencia de los retrasos existentes en la recepción de la información. La ecuación de demanda de dinero se encuentra representada por la ecuación de la cantidad de dinero, que, siguiendo una visión tradicional, depende del nivel de actividad, del nivel de precios y del tipo de interés.

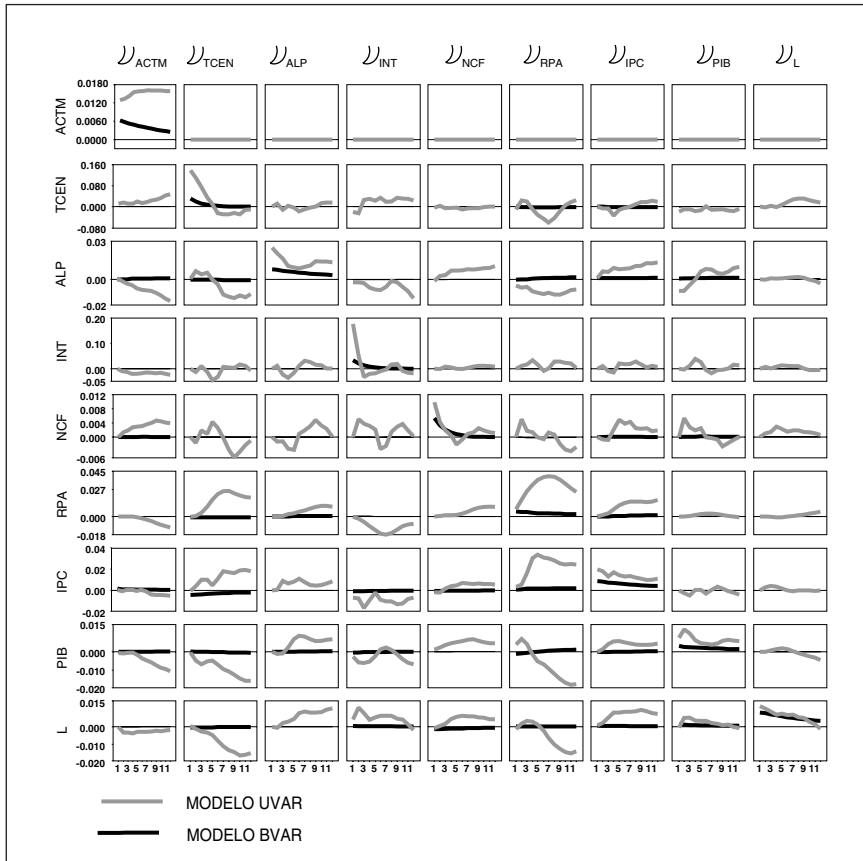
El sector privado conforma el quinto grupo de ecuaciones de la identificación. Dado el conjunto de variables que intervienen en este grupo, producto de la interacción de la oferta y de la demanda de bienes, por un lado, y de la demanda y de la oferta de trabajo, por otro, el aislamiento de perturbaciones de oferta y de demanda para ambos mercados parece excesivamente ambicioso. Es en este contexto donde la identificación por grupos de ecuaciones manifiesta su utilidad, ya que, ante la imposibilidad de aislar las perturbaciones anteriores, el objetivo pasa a ser el aislamiento de las perturbaciones que afectan al mercado de bienes y trabajo en su conjunto. Así, las perturbaciones asociadas a las ecuaciones de nivel de actividad, precios, empleo y salarios representan conjuntamente las perturbaciones del mercado de bienes y trabajo, sin distinguir entre oferta y demanda, de bienes o de trabajo. El esquema de identificación especificado permite que este grupo de ecuaciones reaccione a las perturbaciones fiscales, monetarias y externas. La posibilidad de que persista alguna correlación entre las perturbaciones del bloque se elimina mediante un esquema recursivo de identificación, siguiendo el orden de salarios, precios, nivel de actividad y empleo.

De acuerdo con la forma reducida estimada y con el esquema de identificación expuesto, se presentan en el cuadro V.1 los coeficientes estructurales contemporáneos estimados y sus estadísticos asociados.

V.2. El mecanismo de transmisión de las perturbaciones y su contribución

Una vez realizada la identificación estructural, la utilización de las funciones de respuesta al impulso y la descomposición de varianza

**FUNCIÓN DE RESPUESTA AL IMPULSO
MODELOS BVAR Y UVAR**

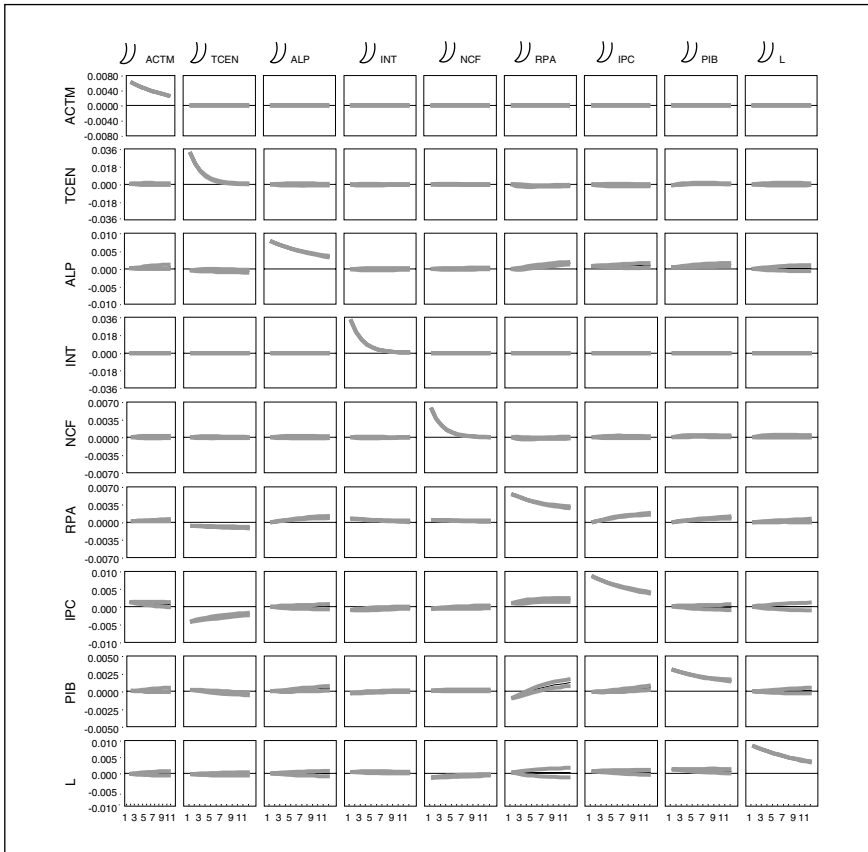


Fuente: Elaboración propia.

(a) v_* representa la perturbación estructural asociada a la ecuación de *.

permiten analizar las interacciones dinámicas del modelo. Como se comentó en la primera parte de este trabajo, las funciones de respuesta al impulso muestran los efectos sobre las distintas variables del sistema de las perturbaciones identificadas, lo que podría interpretarse como un ejercicio de *simulación*, indicando el signo, la magnitud y la persistencia de la respuesta. Por su parte, la descomposición de varianza indica la contribución a la variabilidad del error de predicción de cada variable, a distintos horizontes predictivos, de cada una de las distintas perturbaciones del sistema. En esta sección se presentan los resultados obtenidos para el modelo de predicción estimado en este trabajo (en adelante, BVAR). Como contrapunto, se presentan, asimis-

**FUNCIÓN DE RESPUESTA AL IMPULSO
MODELO BVAR**



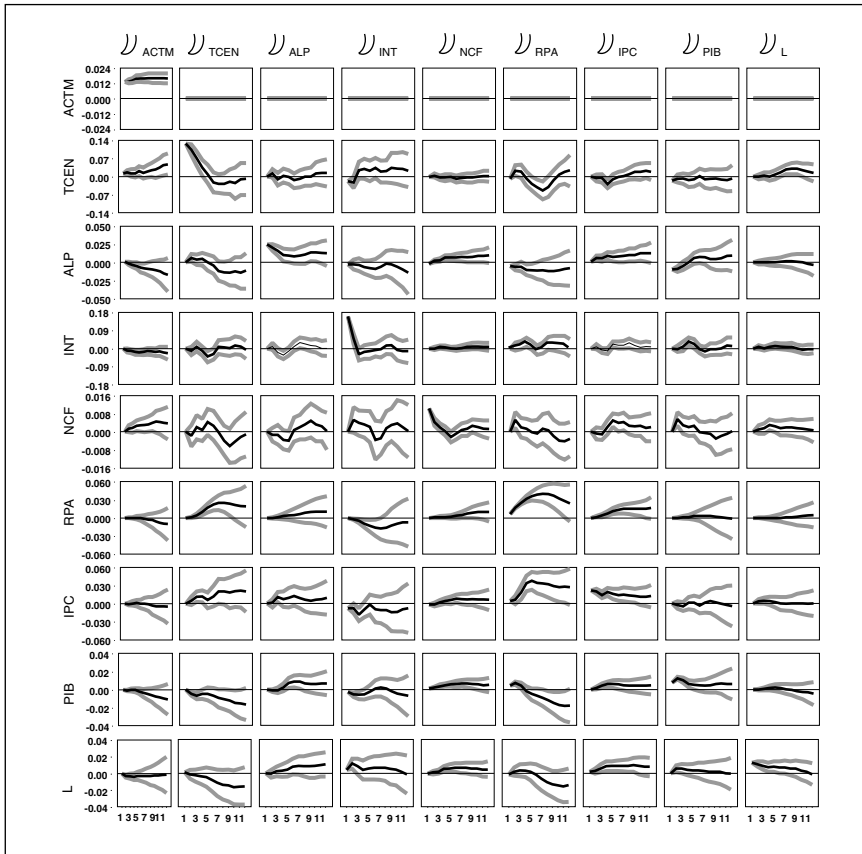
Fuente: Elaboración propia.

(a) v_s representa la perturbación estructural asociada a la ecuación de *.

mo, los resultados correspondientes a un modelo VAR irrestringido (en adelante, UVAR).

En la literatura de modelos VAR es habitual presentar en las funciones de respuesta al impulso los efectos sobre cada variable de movimientos en las perturbaciones estructurales con una magnitud de una desviación típica. El gráfico V.2 presenta las funciones de respuesta al impulso obtenidas para los modelos BVAR y UVAR, que permitirá realizar una comparación directa entre ambos modelos. Por otra parte, es una práctica generalizada la presentación de las funciones de respuesta al impulso acompañadas de medidas de la incertidumbre, como ya se ha comentado en la primera parte. Los gráficos V.3 y V.4 presentan estas

**FUNCIÓN DE RESPUESTA AL IMPULSO
MODELO UVAR**



Fuente: Elaboración propia.

(a) v_t^* representa la perturbación estructural asociada a la ecuación de $*$.

medidas para ambos modelos. A la vista de los tres gráficos anteriores, puede destacarse el mayor grado de interrelación en el modelo UVAR respecto al modelo BVAR. Ahora bien, una mayor interrelación no necesariamente resulta deseable, ya que podría estar reflejando, simplemente, un problema de sobreajuste (*overfitting*); es decir, que se considere interrelación lo que simplemente es una interacción espúrea (*ruido*).

En las funciones de respuesta al impulso del modelo BVAR se aprecia el dominio y la persistencia de los efectos de las perturbaciones propias, así como la menor importancia de los efectos cruzados. Por el contrario, las funciones de respuesta al impulso del modelo UVAR reflejan un grado de interrelación mayor, además de una elevada variabilidad en

DESCOMPOSICIÓN DE VARIANZA
Modelo BVAR (a)

Contribución de las perturbaciones estructurales a la variabilidad del error de predicción

	V _{ACTM}	V _{TCEN}	V _{ALP}	V _{INT}	V _{NCF}	V _{RPA}	V _{IPC}	V _{PIB}	V _L
ACTM									
Corto plazo	100,0 (0,0)	0,0 (0,0)	0,0 (0,0)	0,0 (0,0)	0,0 (0,0)	0,0 (0,0)	0,0 (0,0)	0,0 (0,0)	0,0 (0,0)
Largo plazo	100,0 (0,0)	0,0 (0,0)	0,0 (0,0)	0,0 (0,0)	0,0 (0,0)	0,0 (0,0)	0,0 (0,0)	0,0 (0,0)	0,0 (0,0)
TCEN									
Corto plazo	0,2 (0,2)	98,7 (0,6)	0,1 (0,1)	0,1 (0,1)	0,1 (0,1)	0,4 (0,4)	0,1 (0,1)	0,1 (0,1)	0,1 (0,2)
Largo plazo	0,8 (0,9)	94,7 (2,2)	0,5 (0,6)	0,2 (0,2)	0,1 (0,1)	1,4 (1,2)	0,7 (0,8)	0,7 (0,7)	0,9 (1,3)
ALP									
Corto plazo	0,2 (0,2)	0,4 (0,3)	96,8 (0,7)	0,1 (0,1)	0,0 (0,0)	0,2 (0,3)	1,4 (0,5)	0,8 (0,3)	0,1 (0,1)
Largo plazo	1,1 (1,2)	1,1 (1,0)	87,6 (3,4)	0,2 (0,2)	0,2 (0,3)	3,1 (1,7)	2,8 (2,2)	2,8 (1,7)	1,1 (1,4)
INT									
Corto plazo	0,0 (0,0)	0,0 (0,0)	0,0 (0,0)	100,0 (0,0)	0,0 (0,0)	0,0 (0,0)	0,0 (0,0)	0,0 (0,0)	0,0 (0,0)
Largo plazo	0,0 (0,0)	0,0 (0,0)	0,0 (0,0)	100,0 (0,0)	0,0 (0,0)	0,0 (0,0)	0,0 (0,0)	0,0 (0,0)	0,0 (0,0)
NCF									
Corto plazo	0,2 (0,2)	0,1 (0,1)	0,1 (0,1)	0,1 (0,1)	98,4 (0,8)	0,4 (0,4)	0,1 (0,2)	0,3 (0,3)	0,3 (0,4)
Largo plazo	0,9 (1,1)	0,3 (0,3)	0,7 (0,8)	0,2 (0,2)	93,4 (3,0)	1,0 (0,8)	0,6 (0,8)	1,3 (1,3)	1,6 (1,9)
RPA									
Corto plazo	0,3 (0,1)	2,6 (0,3)	0,3 (0,1)	1,4 (0,1)	0,6 (0,1)	93,9 (0,3)	0,7 (0,1)	0,2 (0,1)	0,0 (0,0)
Largo plazo	0,7 (0,5)	4,7 (0,8)	2,6 (0,9)	1,0 (0,3)	0,5 (0,2)	81,3 (1,4)	6,6 (1,1)	2,1 (0,8)	0,4 (0,4)
IPC									
Corto plazo	1,9 (0,5)	18,5 (1,2)	0,1 (0,2)	0,9 (0,4)	0,3 (0,2)	2,2 (1,0)	75,9 (1,3)	0,1 (0,1)	0,1 (0,1)
Largo plazo	2,2 (1,4)	17,8 (2,4)	0,5 (0,9)	0,9 (0,6)	0,3 (0,3)	5,9 (2,4)	70,7 (3,5)	0,6 (0,9)	1,1 (1,4)
PIB									
Corto plazo	0,2 (0,2)	0,3 (0,2)	0,1 (0,1)	0,6 (0,2)	0,3 (0,2)	5,9 (1,1)	0,1 (0,1)	92,4 (1,3)	0,1 (0,2)
Largo plazo	1,0 (1,4)	1,2 (1,0)	1,8 (1,9)	0,5 (0,3)	0,5 (0,5)	11,9 (6,1)	1,6 (1,4)	80,3 (7,0)	1,2 (1,7)
L									
Corto plazo	0,1 (0,1)	0,2 (0,2)	0,1 (0,1)	0,3 (0,2)	2,1 (0,4)	0,4 (0,5)	0,7 (0,4)	2,2 (0,6)	93,9 (0,9)
Largo plazo	0,6 (0,7)	0,5 (0,6)	0,8 (1,1)	0,5 (0,5)	2,0 (0,9)	2,9 (3,4)	1,4 (1,4)	2,9 (2,1)	88,5 (4,2)

Fuente: Elaboración propia.

(a) Desviación típica entre paréntesis. v. representa la perturbación estructural asociada a la ecuación de *.

su dinámica. Este diferente grado de interrelación entre modelos estimados por métodos clásicos y bayesianos no debe sorprender, ya que es habitual en la literatura. No obstante, para decantarse sobre la bondad de las interacciones estimadas es necesario emplear algún tipo de criterio. La interpretación económica es uno de ellos. La capacidad predictiva de los diferentes modelos es otro. Como se verá, tanto la interpretación económica como la capacidad predictiva del modelo BVAR resultan preferibles a las del modelo UVAR. En este sentido, parece razonable mantener que la variabilidad y la magnitud de las relaciones del modelo UVAR se encuentran excesivamente afectadas por el componente no sistemático de la información muestral considerada, reflejando, por tanto, la existencia de efectos meramente espúreos.

Respecto a su interpretación económica, los efectos del modelo BVAR se muestran superiores a los correspondientes al modelo UVAR. Así, un aumento de la actividad mundial provoca, en el modelo BVAR, un efecto expansivo sobre la economía española, que se traduce en un aumento de los precios y del nivel de actividad. Por el contrario, esa misma perturbación provocaría en el modelo UVAR un efecto contractivo, que no resulta sencillo explicar. Asimismo, movimientos apreciatorios del tipo de cambio tendrían, en el caso del modelo BVAR, un efecto deflacionista, mientras que, sorprendentemente, se producirían aumentos de la inflación en el caso del modelo UVAR. En cuanto a las actuaciones contractivas de la política monetaria, reflejadas en incrementos de los tipos de interés, en ambos modelos se observa una disminución de los precios y del nivel de actividad. Por último, una política fiscal contractiva en el modelo BVAR reduce los precios. Por el contrario, en el caso del modelo UVAR se observa un incremento de los precios y del nivel de actividad. Como puede observarse, la interpretación económica de las funciones de respuesta al impulso del modelo UVAR no es, en absoluto, satisfactoria.

La segunda herramienta contemplada a la hora de analizar las interacciones dinámicas de los modelos VAR es la descomposición de la varianza del error de predicción. Los cuadros V.2 y V.3 presentan, respectivamente, los resultados obtenidos para los modelos BVAR y UVAR, donde el valor a corto plazo indica la variabilidad explicada al cabo del primer año después del *shock*, y el valor a largo plazo corresponde al final del tercer año.

A la vista de estos cuadros, las conclusiones extraídas a partir de las funciones de respuesta al impulso se mantienen; es decir, existe una menor interacción entre variables en el modelo BVAR que en un modelo UVAR, aunque presumiblemente, como ya se ha dicho, por motivos espúreos. Así, el modelo BVAR únicamente presenta efectos superiores al 10 % en los casos de los efectos del tipo de cambio en precios y de los

DESCOMPOSICIÓN DE VARIANZA

Modelo UVAR (a)

Contribución de las perturbaciones estructurales a la variabilidad del error de predicción

	V _{ACTM}	V _{TCEN}	V _{ALP}	V _{INT}	V _{NCF}	V _{RPA}	V _{IPC}	V _{PIB}	V _L
ACTM									
Corto plazo	100,0 (0,0)	0,0 (0,0)	0,0 (0,0)	0,0 (0,0)	0,0 (0,0)	0,0 (0,0)	0,0 (0,0)	0,0 (0,0)	0,0 (0,0)
Largo plazo	100,0 (0,0)	0,0 (0,0)	0,0 (0,0)	0,0 (0,0)	0,0 (0,0)	0,0 (0,0)	0,0 (0,0)	0,0 (0,0)	0,0 (0,0)
TCEN									
Corto plazo	2,4 (2,1)	69,8 (10,5)	3,5 (3,7)	10,3 (8,1)	0,8 (0,8)	5,6 (4,9)	3,4 (2,7)	3,4 (2,6)	1,0 (0,9)
Largo plazo	9,1 (8,3)	34,3 (11,2)	7,5 (5,6)	17,2 (9,0)	1,7 (1,1)	13,4 (7,8)	5,1 (3,9)	7,0 (4,3)	4,9 (3,3)
ALP									
Corto plazo	2,5 (2,7)	7,1 (5,7)	52,5 (11,5)	8,3 (6,2)	3,0 (2,2)	9,4 (6,7)	7,0 (5,5)	8,8 (3,4)	1,4 (1,8)
Largo plazo	9,9 (9,9)	15,7 (11,1)	20,3 (11,8)	14,1 (11,1)	4,5 (3,6)	14,5 (10,9)	8,4 (7,0)	9,5 (6,9)	3,1 (3,1)
INT									
Corto plazo	1,9 (1,4)	4,3 (3,1)	6,0 (3,9)	73,2 (7,6)	0,7 (0,6)	5,4 (4,1)	2,0 (1,6)	5,4 (3,3)	1,1 (1,1)
Largo plazo	5,0 (4,4)	12,4 (6,7)	9,6 (5,6)	43,2 (9,6)	2,0 (1,1)	11,2 (5,7)	5,2 (2,7)	8,6 (4,3)	2,9 (2,0)
NCF									
Corto plazo	4,3 (4,2)	11,1 (9,4)	8,7 (7,3)	20,8 (13,3)	22,6 (7,4)	11,7 (7,8)	4,5 (3,5)	12,0 (7,4)	4,3 (4,2)
Largo plazo	10,3 (9,3)	16,1 (9,5)	11,2 (6,6)	20,0 (10,2)	7,4 (3,4)	13,1 (6,5)	7,6 (5,6)	10,2 (5,0)	4,0 (2,7)
RPA									
Corto plazo	0,3 (0,5)	6,3 (5,8)	1,5 (2,2)	6,6 (6,1)	0,4 (0,5)	79,9 (10,3)	3,6 (3,3)	0,9 (1,1)	0,4 (0,5)
Largo plazo	6,5 (8,8)	17,9 (14,7)	6,8 (7,7)	13,5 (11,5)	2,7 (2,5)	35,2 (17,6)	6,8 (5,3)	7,5 (7,9)	3,1 (4,0)
IPC									
Corto plazo	1,1 (1,3)	8,7 (7,8)	7,5 (7,2)	15,4 (9,8)	1,2 (1,0)	31,1 (16,5)	28,4 (9,9)	4,1 (3,6)	2,5 (2,9)
Largo plazo	7,7 (8,4)	15,0 (11,5)	8,6 (8,0)	15,5 (11,1)	2,7 (2,2)	28,0 (17,1)	10,3 (6,7)	8,5 (6,7)	3,6 (3,5)
PIB									
Corto plazo	0,9 (1,0)	13,5 (10,1)	3,5 (3,5)	15,7 (10,9)	5,3 (3,6)	12,9 (5,7)	7,6 (6,6)	39,2 (10,7)	1,4 (2,4)
Largo plazo	8,2 (10,6)	19,9 (14,2)	10,8 (8,8)	12,7 (10,6)	4,9 (3,9)	22,4 (15,9)	5,3 (5,9)	12,5 (8,2)	3,4 (4,4)
L									
Corto plazo	3,4 (2,9)	8,7 (7,4)	6,8 (7,4)	24,2 (14,9)	3,1 (3,0)	8,7 (8,8)	10,1 (8,6)	9,7 (8,3)	25,4 (9,3)
Largo plazo	7,3 (8,4)	18,3 (12,9)	11,6 (10,1)	15,5 (11,0)	4,3 (3,4)	17,8 (12,1)	8,4 (7,2)	8,9 (7,9)	7,9 (4,6)

Fuente: Elaboración propia.

(a) Desviación típica entre paréntesis. v. representa la perturbación estructural asociada a la ecuación de *.

salarios en la producción. Por el contrario, en el modelo UVAR los efectos superiores al 10 % son más numerosos: los de la actividad mundial en déficit público; los del tipo de cambio y tipo de interés en todas las variables interiores; los de cantidad de dinero en déficit público, producción y empleo; los de salarios en el tipo de cambio y en todas las variables interiores; los de precios en empleo; y los de producción en déficit público (muchos de ellos difícilmente interpretables desde el punto de vista de la teoría económica).

VI

ALGUNAS APLICACIONES DEL MODELO

En este capítulo se presentan diversas aplicaciones del modelo multivariante BVAR estimado para la economía española que intentan explotar la información que proporciona dicho modelo, tanto en la vertiente de predicción como en la de simulación.

VI.1. La capacidad predictiva

Una vez especificado y estimado el modelo macroeconómico trimestral, resulta necesario valorarlo en términos de sus propiedades predictivas. Una primera valoración puede realizarse en función del criterio utilizado en su estimación; esto es, dado que para su estimación se ha utilizado como criterio de optimización un estadístico de predicción a un año, se debe verificar que, en la muestra utilizada en la calibración, este modelo presente el menor error de predicción con este horizonte. No obstante, dado que la muestra (1) para la que se presentan resultados alcanza hasta el último trimestre de 1996 y que en la calibración solo se emplearon datos hasta el último trimestre de 1993, el examen del estadístico de predicción a un año mantiene su interés.

Asimismo, existen, al menos, tres aspectos adicionales que deben ser objeto de atención: 1) el comportamiento del modelo para horizontes distintos de un año; 2) el comportamiento del modelo en la predicción de determinadas variables, ya que el estadístico de calibración empleado es de carácter global y conjunto. En este sentido, si se considera que para un banco central es especialmente relevante obtener buenas predicciones de la inflación y del crecimiento económico, parece necesario llevar

(1) Álvarez, Ballabriga y Jareño (1997b) presentan evidencia adicional en torno a la capacidad predictiva del modelo BVAR para un período muestral diferente.

a cabo un análisis más detallado de las predicciones que se obtienen para estas variables; y 3) la importancia de la interrelación entre las diversas variables que capta el modelo. Aunque, con carácter general, es conveniente evaluar las ganancias que se derivan de los modelos multi-ecuacionales frente a los modelos univariantes, en este caso concreto existen algunos elementos que hacen sospechar que las ganancias en términos de predicción son escasas. En efecto, como se puede observar en el cuadro V.1, el hiperparámetro que controla la incertidumbre asociada a las otras variables presenta un valor reducido (2), lo que, unido al pequeño valor del hiperparámetro asociado a la incertidumbre global (3), puede conducir a considerar que el modelo presenta una escasa interacción, y que, por tanto, no es muy diferente de un modelo constituido por nueve ecuaciones en las que cada variable dependiera exclusivamente de su pasado.

Con el objetivo de aportar evidencia sobre estas cuestiones, se han considerado tres modelos alternativos, cuyos resultados se van a comparar con los obtenidos con el modelo BVAR. Por un lado, se ha considerado el modelo VAR irrestringido (modelo UVAR) utilizado en el epígrafe V.2. Por otro lado, se emplea un modelo al que, de ahora en adelante, se denominará BAR, por contener información *a priori* bayesiana y una especificación AR. Este modelo elimina la interacción existente entre las series, de forma que se dispone de un conjunto de ecuaciones en las que cada variable viene determinada exclusivamente por sus valores desfasados. Por último, se ha considerado el modelo que se deriva de emplear la distribución *a priori* que refleja las regularidades de comportamiento descritas en el epígrafe I.3.3 (MIN). Estos tres modelos suponen un marco adecuado de referencia para el modelo BVAR, ya que, por un lado, cuando se compara el modelo BVAR con el modelo UVAR, se pueden valorar los beneficios obtenidos de utilizar una aproximación bayesiana frente a un enfoque clásico. Por otro, cuando se compara el modelo BVAR con el modelo BAR, se pueden sopesar las ganancias de adoptar un modelo multivariante frente a uno univariante. Por último, cuando se compara el modelo BVAR con el resultado de considerar la información *a priori* de regularidades de comportamiento (MIN), se puede apreciar si existen ventajas cuando se realiza un proceso de calibración.

Una primera aproximación a la comparación entre estos modelos puede realizarse, como se presenta en el cuadro VI.1, en términos de su

(2) Recuérdese que, cuanto menor es el valor de este hiperparámetro, la importancia, en cada ecuación, del pasado del resto de las variables es más reducida. En el caso límite de que el hiperparámetro presente un valor nulo, cada variable solo depende de su propio pasado y de variables deterministas.

(3) Recuérdese que este hiperparámetro determina la ponderación relativa de la información *a priori* y la información muestral en la estimación final. Cuanto más pequeño es el valor, mayor es el peso de la información *a priori*.

AJUSTE GLOBAL DE LOS MODELOS (a)

Estadístico	Modelos			
	BVAR	UVAR	BAR	MIN
EP1	88,5	118,2	115,42	108,3
EP2	330,8	527,8	430,50	508,7
EP3	752,6	1.340,6	955,63	1.610,2

Fuente: Elaboración propia.

(a) EP: Estadístico de error cuadrático medio de predicción. El número hace referencia a la cifra máxima de años considerada en el cálculo. Un mayor valor de EP indica un peor comportamiento predictivo del modelo.

bondad predictiva, medida a partir de estadísticos globales de predicción EP1, EP2 y EP3 (4).

En el cuadro VI.1 resalta el dominio del modelo BVAR frente a los restantes en todos los estadísticos utilizados. Este hecho refleja un comportamiento predictivo global más adecuado del modelo BVAR, frente a los modelos alternativos UVAR, BAR y MIN, destacando que la mejor calidad predictiva no solo se observa a un horizonte de un año, sino también para períodos más dilatados.

Ahora bien, estos estadísticos tienen un carácter global, por lo que no discriminan entre variables. Sin embargo, como se ha comentado anteriormente, si uno de los principales fines que se persigue con este modelo es el de conseguir tanto buenas predicciones de inflación como del resto de las variables del sector privado, se hace necesario un análisis individual de cada variable. Una forma de realizar este análisis es mediante la observación del error absoluto medio de predicción de las distintas variables y modelos, como se presenta en el cuadro VI.2.

Los resultados más destacados son los siguientes: 1) en general, el modelo BVAR muestra el comportamiento predictivo más adecuado; 2) el modelo irrestringido UVAR muestra una mala capacidad predictiva, empeorando esta en términos relativos conforme aumenta el horizonte de proyección; 3) el modelo MIN, que se deriva del uso de la distribución *a priori* de regularidades empíricas, tiende a ofrecer previsiones muy poco ajustadas a la realidad y, además, estas se deterioran especialmente para los períodos más dilatados, y 4) el modelo BAR tiende a ofrecer re-

(4) La definición de EP2 y EP3 es una simple extensión para períodos de dos y tres años del estadístico EP1 definido en la sección IV.2.

ERROR ABSOLUTO MEDIO DE PREDICCIÓN (a)
Período 1990:I - 1996:IV

<i>IPC</i>					<i>PIB</i>				
<i>Horizonte</i>	<i>BVAR</i>	<i>UVAR</i>	<i>BAR</i>	<i>MIN</i>	<i>Horizonte</i>	<i>BVAR</i>	<i>UVAR</i>	<i>BAR</i>	<i>MIN</i>
1	0,25	0,80	0,48	0,66	1	0,19	0,20	0,18	0,21
4	0,49	3,89	1,77	2,87	4	1,45	1,50	1,33	1,22
8	1,05	7,69	4,24	11,21	8	4,07	4,33	3,80	4,20
12	1,95	13,57	7,25	29,92	12	7,47	8,38	6,62	8,64
<i>Empleo</i>					<i>Salarios</i>				
1	0,64	0,76	0,64	0,48	1	0,41	0,16	0,63	0,39
4	2,46	2,60	2,47	2,05	4	1,78	2,45	2,88	1,83
8	6,71	6,08	6,71	6,41	8	3,99	9,12	5,58	6,54
12	11,60	12,96	11,62	14,44	12	6,15	16,07	7,05	19,90
<i>ALP</i>					<i>Tipo de cambio</i>				
1	0,62	0,77	0,92	0,61	1	1,65	3,09	1,91	2,15
4	1,75	1,98	2,77	2,11	4	4,00	6,51	5,33	8,79
8	4,35	5,43	6,27	5,22	8	6,74	8,21	10,12	24,92
12	6,80	9,65	10,37	11,12	12	9,54	17,61	15,57	64,91
<i>Tipo de interés</i>					<i>Déficit público</i>				
1	0,75	2,86	0,75	1,89	1	0,50	0,68	0,53	0,51
4	1,94	3,73	1,94	8,22	4	0,92	1,23	0,97	1,41
8	2,75	6,71	2,75	27,79	8	1,52	1,83	1,53	2,60
12	4,20	11,11	4,20	73,89	12	2,03	4,55	1,75	5,51
<i>Actividad mundial</i>									
1	0,29	0,25	0,29	0,31					
4	0,88	0,85	0,88	1,18					
8	1,75	1,26	1,75	2,38					
12	3,07	1,97	3,07	3,67					

Fuente: Elaboración propia.

(a) Las cifras en negrilla corresponden a los valores mínimos del estadístico para cada variable y horizonte de predicción.

sultados bastante satisfactorios. Si se examinan los resultados correspondientes a la variable de precios, resalta especialmente la distancia existente entre las predicciones del modelo BVAR —que son las más

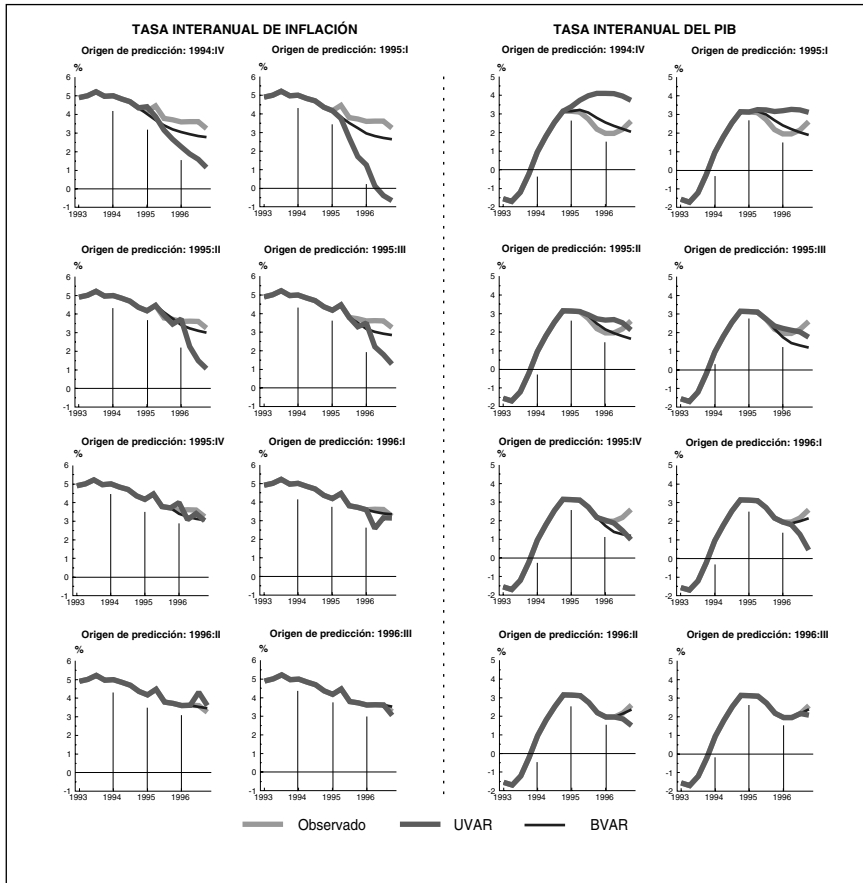
precisas— y las correspondientes al resto de los modelos. Este mismo patrón se repite cuando se analizan las predicciones de la remuneración por asalariado. Por otro lado, en el período analizado en este cuadro las ventajas relativas del modelo BVAR para las variables PIB y empleo se reducen, destacando el mejor comportamiento del modelo BAR para la primera de estas variables.

Dada la relevancia del análisis de la inflación y del PIB, resulta conveniente estudiar más detalladamente las características de las previsiones que generan los distintos modelos considerados. Así, desde el punto de vista del análisis de la coyuntura económica, tanto la modificación de las predicciones a medida que se incorpora nueva información como el perfil de aceleración o desaceleración de las previsiones constituyen elementos esenciales para caracterizar la evolución de la inflación y del crecimiento económico. Con el objetivo de aportar cierta luz sobre estos rasgos, se comparan los valores observados y las predicciones del modelo BVAR con las predicciones del modelo UVAR (véase gráfico VI.1), del modelo BAR (véase gráfico VI.2) y del modelo MIN (véase gráfico VI.3). En cada caso se presentan, además de los valores observados, las previsiones con ocho orígenes de predicción correlativos, correspondiendo el primer grupo de series al cuarto trimestre de 1994, y el último, al tercer trimestre de 1996 (5). Asimismo, en el cuadro VI.3 se recogen los errores absolutos medios correspondientes.

La comparación de las previsiones de los modelos BVAR y UVAR permite observar una notable inestabilidad de las previsiones del modelo UVAR, que resulta especialmente acusada en el caso de la inflación. La erraticidad de estas previsiones es una consecuencia de que el modelo sobreajusta y, por tanto, extrapola sobre la base de relaciones entre variables que tienen un componente no sistemático importante. Por el contrario, el modelo BVAR destaca tanto por la estabilidad de las predicciones, al incorporar nueva información, como por la proximidad de sus previsiones a los valores realmente observados, incluso para horizontes predictivos lejanos del origen. La comparación entre los modelos BVAR y BAR ofrece también un balance negativo para este último modelo. Pese a no presentar problemas de inestabilidad, las previsiones del modelo BAR se encuentran, en el caso de la inflación, muy alejadas de las observaciones. Por último, el análisis de las previsiones de los modelos BVAR y MIN muestra que las previsiones MIN de inflación no resultan, en absoluto, acertadas, a diferencia de las previsiones correspondientes al PIB, donde la calidad es considerablemente más elevada.

(5) El modelo se reestima con cada observación. La distribución *a priori* que se emplea no varía.

**COMPARACIÓN DE PREDICCIONES ENTRE LOS MODELOS
BVAR Y UVAR (a)**



Fuentes: Instituto Nacional de Estadística y elaboración propia.

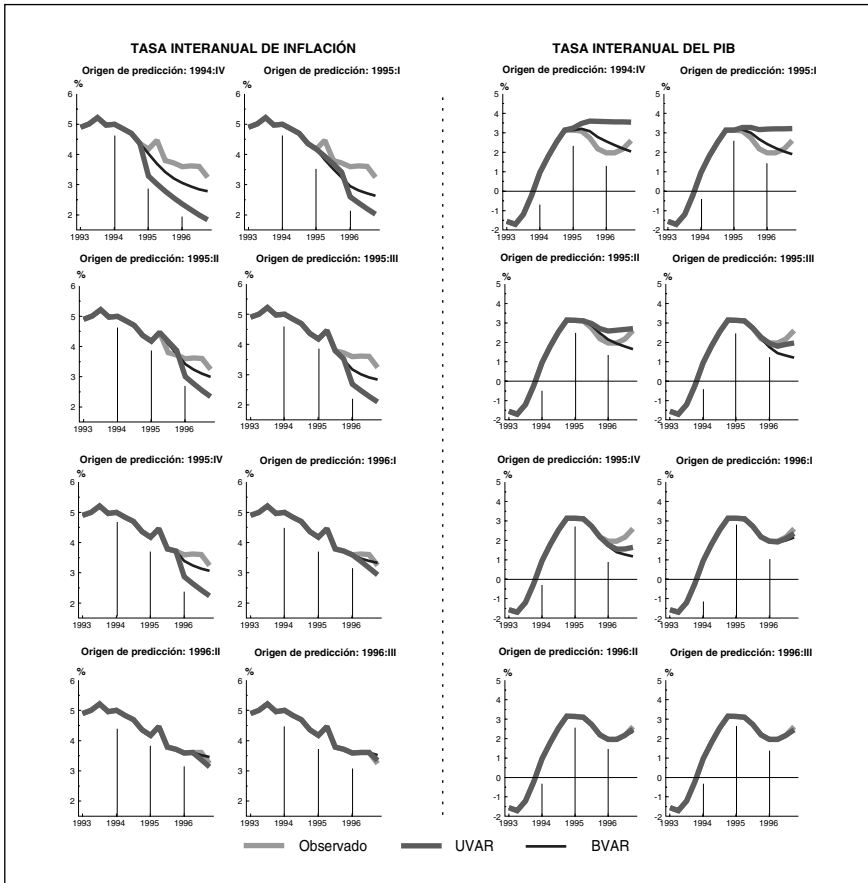
(a) Los datos de inflación para 1995 están corregidos del efecto de las modificaciones en la imposición indirecta.

Por último, si se compara el error absoluto medio en el período 1990:I-1996:IV (véase cuadro VI.2) con el del período 1995:I-1996:IV (véase cuadro VI.3), destaca el mejor comportamiento predictivo del modelo BVAR tanto para el IPC y el PIB como para los diferentes horizontes predictivos.

En suma, los resultados presentados permiten extraer las siguientes conclusiones:

- 1) El modelo BVAR tiende a dominar, en términos predictivos, a los otros modelos considerados. Este dominio se observa tanto si se

**COMPARACIÓN DE PREDICIONES ENTRE LOS MODELOS
BVAR Y BAR (a)**

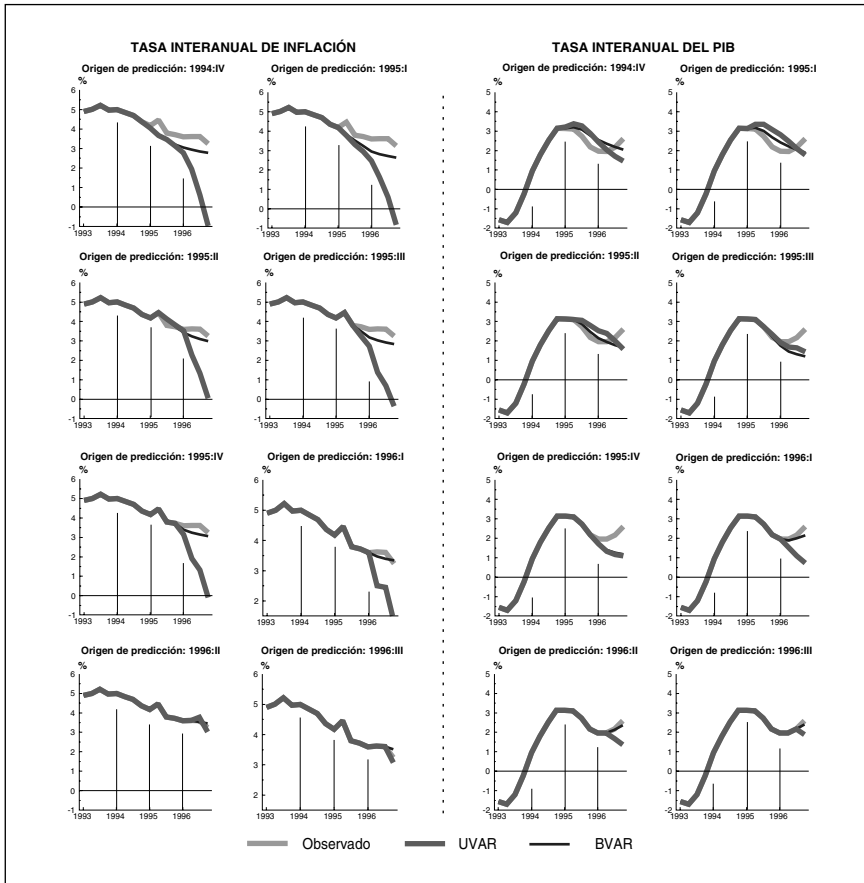


Fuentes: Instituto Nacional de Estadística y elaboración propia.

(a) Los datos de inflación para 1995 están corregidos del efecto de las modificaciones en la imposición indirecta.

- comparan diferentes horizontes de previsión como las distintas variables.
- 2) La superioridad predictiva del modelo BVAR respecto a los modelos alternativos considerados se manifiesta de forma especialmente clara al predecir la tasa de inflación, donde las diferencias son muy significativas.
- 3) Existen ganancias predictivas, en términos generales, al emplear un enfoque multivariante en lugar de uno univariante. Este hecho indica que las interrelaciones que capta el modelo son importantes.

**COMPARACIÓN DE PREDICCIONES ENTRE LOS MODELOS
BVAR Y MIN (a)**



Fuentes: Instituto Nacional de Estadística y elaboración propia.

(a) Los datos de inflación para 1995 están corregidos del efecto de las modificaciones en la imposición indirecta.

- 4) Existen ganancias considerables al seleccionar óptimamente la información *a priori* del modelo.

VI.2. Predicciones de analistas y previsiones del modelo BVAR

La atención sobre las aplicaciones de un modelo de previsión suele centrarse en la previsión puntual de las variables consideradas. En el apartado anterior se han presentado previsiones medias de las principa-

ERROR ABSOLUTO MEDIO DE PREDICCIÓN (a)
Período 1995:I - 1996:IV

<i>IPC</i>				
<i>Horizonte</i>	<i>Modelos</i>			
	<i>BVAR</i>	<i>UVAR</i>	<i>BAR</i>	<i>MIN</i>
1 trimestre	0,24	0,47	0,40	0,42
2 trimestres	0,32	0,47	0,57	0,74
3 trimestres	0,35	0,73	0,73	1,25
4 trimestres	0,47	1,32	1,04	1,82
<i>PIB</i>				
<i>Horizonte</i>	<i>Modelos</i>			
	<i>BVAR</i>	<i>UVAR</i>	<i>BAR</i>	<i>MIN</i>
1 trimestre	0,10	0,22	0,12	0,33
2 trimestres	0,26	0,56	0,29	0,63
3 trimestres	0,47	0,97	0,57	0,85
4 trimestres	0,66	1,10	0,88	0,79

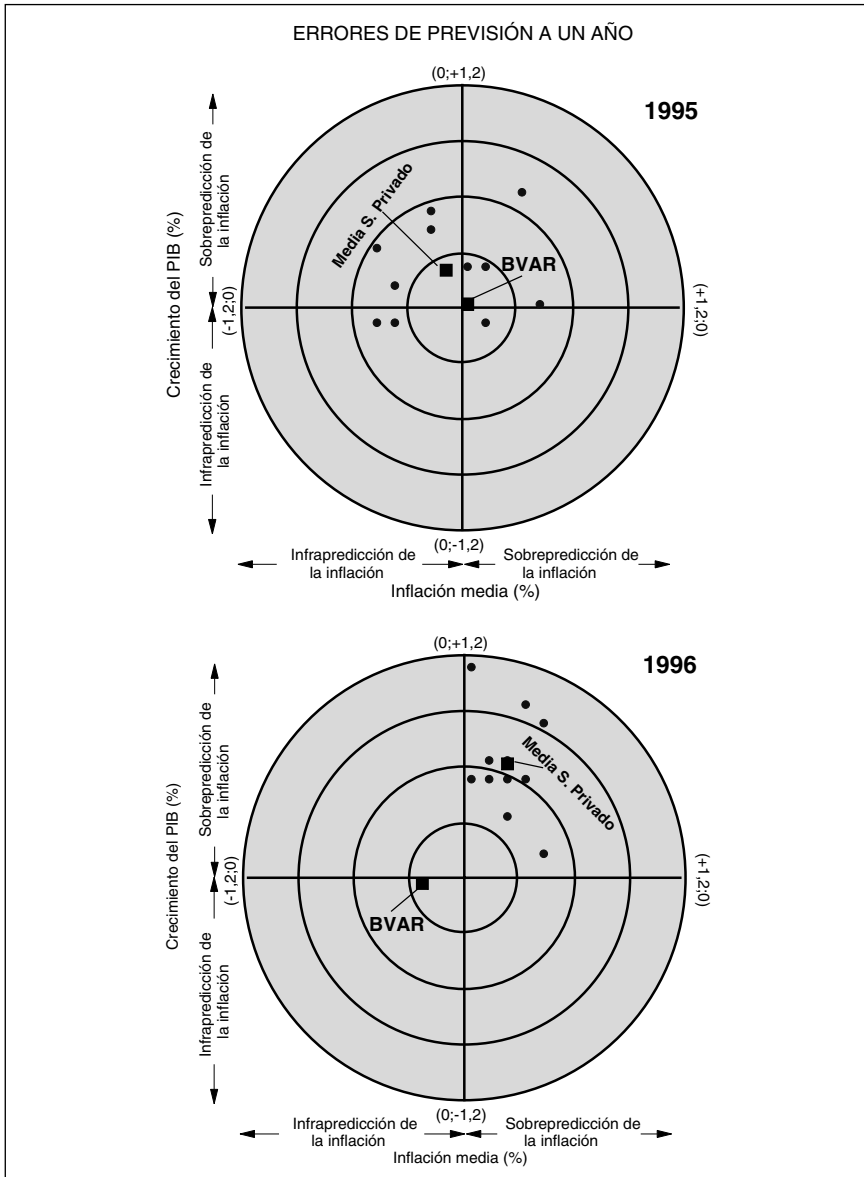
Fuente: Elaboración propia.

(a) Las cifras en negrilla corresponden al valor mínimo del estadístico para cada variable y horizonte de predicción.

les macromagnitudes de la economía española consideradas en este trabajo, correspondientes a diferentes modelos cuantitativos. Son este tipo de previsiones, además, las que se suelen divulgar públicamente y de forma periódica, por parte de los diversos analistas que siguen la economía española. Por ello, resulta de interés el comparar los resultados del modelo multivariante BVAR con respecto a las previsiones que llevan a cabo diferentes analistas. Con fines ilustrativos, en el gráfico VI.4 se muestran los errores cometidos en las previsiones de inflación y crecimiento realizadas a finales de 1994 para el año 1995, tanto con el modelo BVAR como por un conjunto de analistas nacionales e internacionales, y se repite el ejercicio con los valores predichos a finales de 1995 y los observados, finalmente, en 1996 (6). Si se compara el conjunto de las previsiones realizadas en ambos años con los datos que finalmente se han observado, destaca especialmente: 1) que todos los analistas cometen errores en sus predicciones de inflación y de crecimiento económico, lo que es acorde con el hecho de que la previsión es una tarea compleja

(6) Las previsiones de los diferentes analistas están extraídas de los números de enero de 1995 y 1996 de la publicación *Consensus Forecasts*.

INFLACIÓN Y CRECIMIENTO EN 1995 Y 1996
MODELO BVAR Y PREDICIONES DEL SECTOR PRIVADO (a) (b)



Fuentes: *Consensus Forecasts* y elaboración propia.

(a) Errores de previsión expresados como desviación en puntos porcentuales de la tasa media anual observada.

(b) Las predicciones del sector privado corresponden a los números de enero de la publicación *Consensus Forecasts*. Las instituciones contempladas han sido: AB Asesores, AFI, Banco Bilbao Vizcaya, Banesto, BCH, CEPREDE, FG Valores y Bolsa, FIES, JP Morgan-Madrid y Universidad Carlos III.

y rodeada de incertidumbre; 2) el optimismo generalizado de las previsiones sobre crecimiento económico realizadas tanto para el año 1995 como para 1996; 3) el pesimismo de los analistas privados en cuanto a la posibilidad de que la economía española registrase una reducción notable de la tasa de inflación en 1996; y 4) la mayor aproximación de las previsiones del modelo BVAR a los valores realmente observados. Parece deducirse, por tanto, que el modelo BVAR ofrece información diferenciada, y por tanto útil, con respecto a las publicadas por otras fuentes, con la utilización de herramientas diferentes.

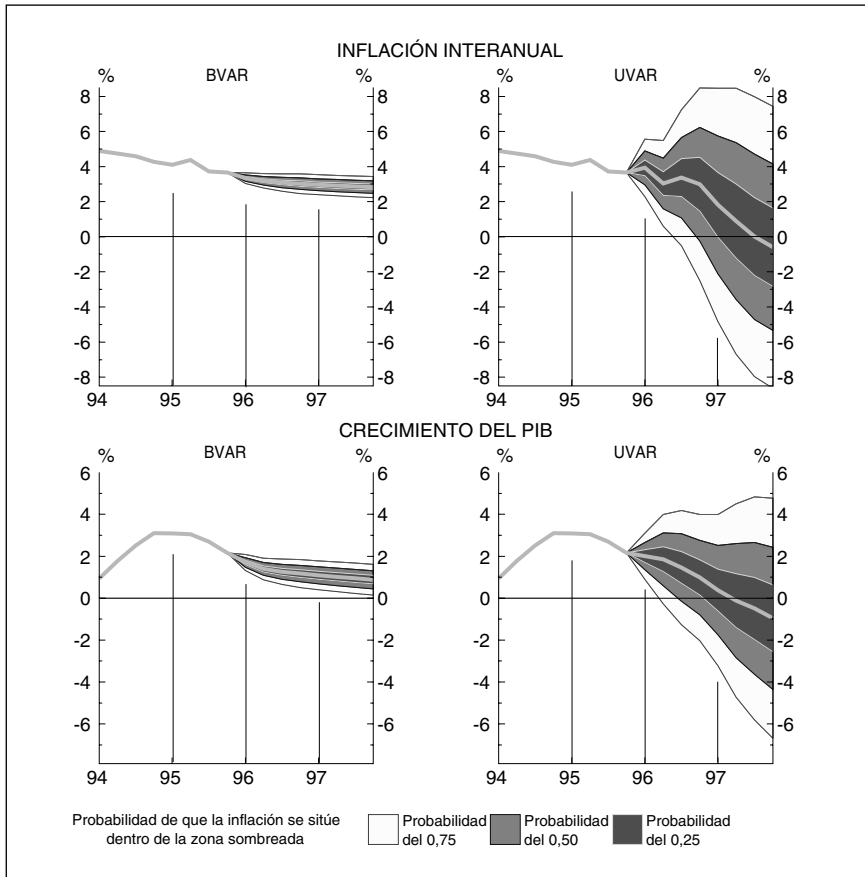
VI.3. Predicción, incertidumbre y evaluación de objetivos

En el gráfico VI.4, las predicciones empleadas eran predicciones puntuales (es decir, se ofrecía una única cifra) de los valores futuros de la inflación y el crecimiento económico. Sin embargo, tal y como se ha comentado anteriormente, dada la nada desdeñable incertidumbre que rodea a las previsiones económicas, ningún usuario debería quedar satisfecho con la presentación de una única cifra sobre el valor futuro de una macromagnitud y, por tanto, debería reclamar una medida de la incertidumbre existente en torno a la previsión media.

Disponer de una medida de incertidumbre asociada a la predicción es altamente informativo, porque permite no solo valorar con qué precisión se realiza la predicción (cuanto mayor sea la incertidumbre, menor es la relevancia de la predicción puntual), sino también cuán diferentes son los valores realmente observados de las predicciones. En definitiva, cuando únicamente se centra la atención en las predicciones puntuales, se está desechando información muy importante para que el usuario de dichas previsiones pueda formarse una idea sobre la exactitud de las mismas y realizar un juicio completo.

A pesar de estas consideraciones, es poco frecuente la presentación de previsiones —ya sean de autoridades económicas, de organismos internacionales o de instituciones privadas— que vengán acompañadas de sus medidas de incertidumbre correspondientes. En ocasiones, este hecho puede deberse a un vacío teórico, puesto que, para numerosos tipos de modelos, no existen resultados sobre intervalos de confianza en términos de las tasas de crecimiento de las series. Este es el formato habitual para la presentación de previsiones macroeconómicas, y, en particular, para previsiones referidas al PIB o al IPC. Para ilustrar la importancia de dar una medida de la incertidumbre que acompaña una previsión, el gráfico VI.5 presenta, a modo de ejemplo, el cálculo de bandas de confianza para las predicciones de inflación y de crecimiento de los modelos BVAR y UVAR.

INCERTIDUMBRE DE LA PREVISIÓN (a) (b)



Fuentes: Instituto Nacional de Estadística y elaboración propia.

(a) Previsiones realizadas con información hasta el cuarto trimestre de 1995.

(b) Las zonas sombreadas delimitan las áreas de incertidumbre para la predicción asociadas a su correspondiente nivel de probabilidad.

En concreto, el gráfico delimita los valores entre los que podría situarse la tasa de inflación prevista para los años 1996 y 1997, con una probabilidad del 25 % (zona de trama más oscura), del 50 % (unión de las zonas de trama media y oscura) y del 75 % (unión de todas las áreas del gráfico), según el modelo con información hasta el cuarto trimestre de 1995. Como puede observarse en el gráfico, la incertidumbre asociada a las previsiones aumenta con el horizonte de predicción y no resulta, en absoluto, despreciable. Por otro lado, en la comparación de las previsiones BVAR y UVAR destaca la elevada incertidumbre asociada a las proyecciones de este último modelo, que limita considerablemente la utilidad de sus predicciones.

La utilidad de obtener la distribución de probabilidad de las previsiones no se restringe a proveer una medida del grado de fiabilidad de estas, sino que también puede servir de apoyo para otras cuestiones, como, por ejemplo, evaluar la probabilidad de que la variable se sitúe por debajo o por encima de un valor determinado. Esta aplicación es especialmente relevante cuando un banco central establece objetivos directos en términos de inflación (7), como periódicamente ha venido haciendo el Banco de España desde finales de 1994.

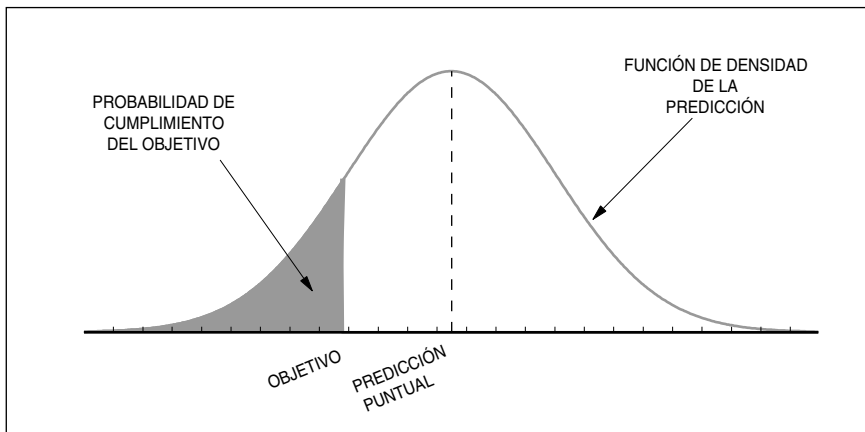
Lógicamente, resulta de interés valorar la probabilidad de que se cumplan los objetivos de política monetaria establecidos. El problema, una vez conocida la distribución de probabilidad de la tasa de inflación prevista, consiste en estimar la probabilidad acumulada dentro de la zona objetivo. El gráfico VI.6 ilustra la naturaleza del problema. Si se define como objetivo de política monetaria que la tasa de inflación se sitúe por debajo de un valor determinado (denominado en el gráfico como «objetivo»), la probabilidad de que se verifique dicho objetivo vendrá cuantificada por el valor del área situada por debajo de la función de densidad para los valores inferiores al valor objetivo. Así, en el gráfico, esta probabilidad vendría representada por el área sombreada, al estar delimitada en su parte superior por la función de densidad de la predicción y en el extremo derecho por el valor objetivo.

A efectos ilustrativos, el gráfico VI.7 muestra cuál ha sido la evolución de la probabilidad de cumplimiento de la referencia intermedia de inflación fijada por el Banco de España (8) para los últimos meses de 1997. Dicha referencia suponía situar la tasa de inflación a finales de 1997 próxima al 2,5 %, de forma que en el transcurso de 1998 la tasa interanual de los precios de consumo se situase cerca del 2 %. Dado que la referencia no se estableció de forma precisa, se ha considerado tanto una interpretación laxa —situar la tasa de inflación en el último trimestre de 1997 por debajo del 2,7 %— como una interpretación estricta —conseguir que la tasa de variación de los precios de consumo se situase por debajo del 2,5 %. En el gráfico VI.7 se puede observar que, con la información disponible en el tercer trimestre del año 1996 —cuando el objetivo todavía no estaba definido—, la probabilidad de cumplimiento se situaba en torno al 23 %, si se adopta una interpretación estricta, y al 36 %, empleando una interpretación más laxa, mientras que en el cuarto trimestre de 1996 —con el objetivo ya establecido— las probabilidades de cumplimiento se cifraban en el 50 % y en el 66 %, respectivamente, según se emplee una

(7) Otra cuestión no menos importante sería el establecimiento de una senda de referencia para la inflación que condujese a alcanzar el objetivo establecido. Un método analítico que permite la estimación de estas sendas se desarrolla en Álvarez, Delrieu y Jareño (1997).

(8) Véase Banco de España (1996).

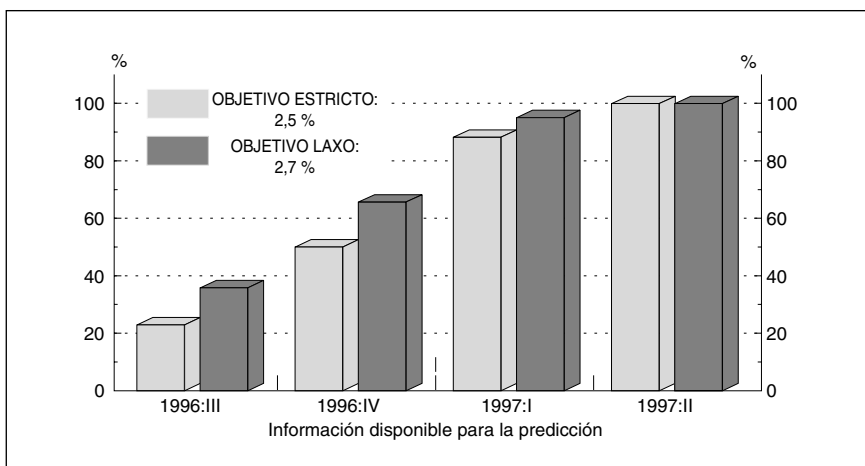
DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD Y CUMPLIMIENTO DE OBJETIVOS



Fuente: Elaboración propia.

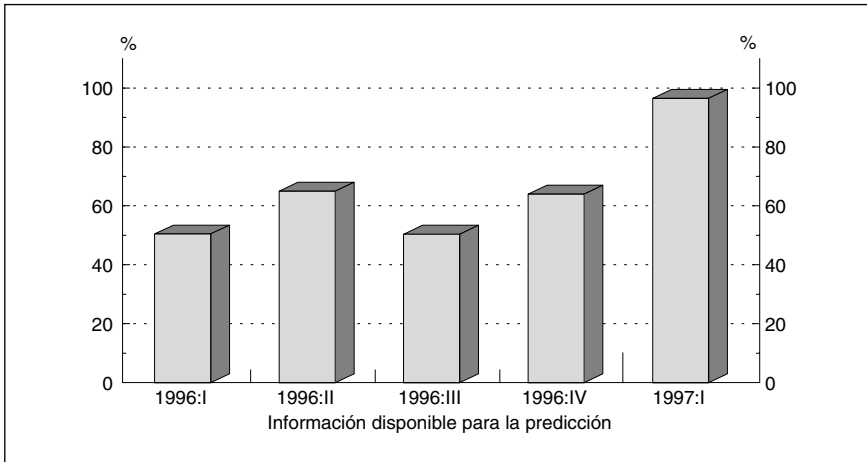
definición estricta o laxa. En el primer semestre de 1997 el IPC evolucionó de forma muy satisfactoria, recortando su tasa interanual desde el 3,2 % en el mes de diciembre al 1,6 % en el mes de junio. Esta fuerte reducción se trasladó a una mejora considerable de las perspectivas de inflación para el conjunto del año y en un incremento notable de la probabi-

PROBABILIDAD DE CUMPLIMIENTO DE LA REFERENCIA INTERMEDIA DE INFLACIÓN PARA 1997



Fuente: Elaboración propia.

**PROBABILIDAD DE ACELERACIÓN
DEL CRECIMIENTO EN 1997 (a)**



Fuente: Elaboración propia.

(a) La aceleración del crecimiento se define como el suceso que 1997 registre un mayor crecimiento que 1996.

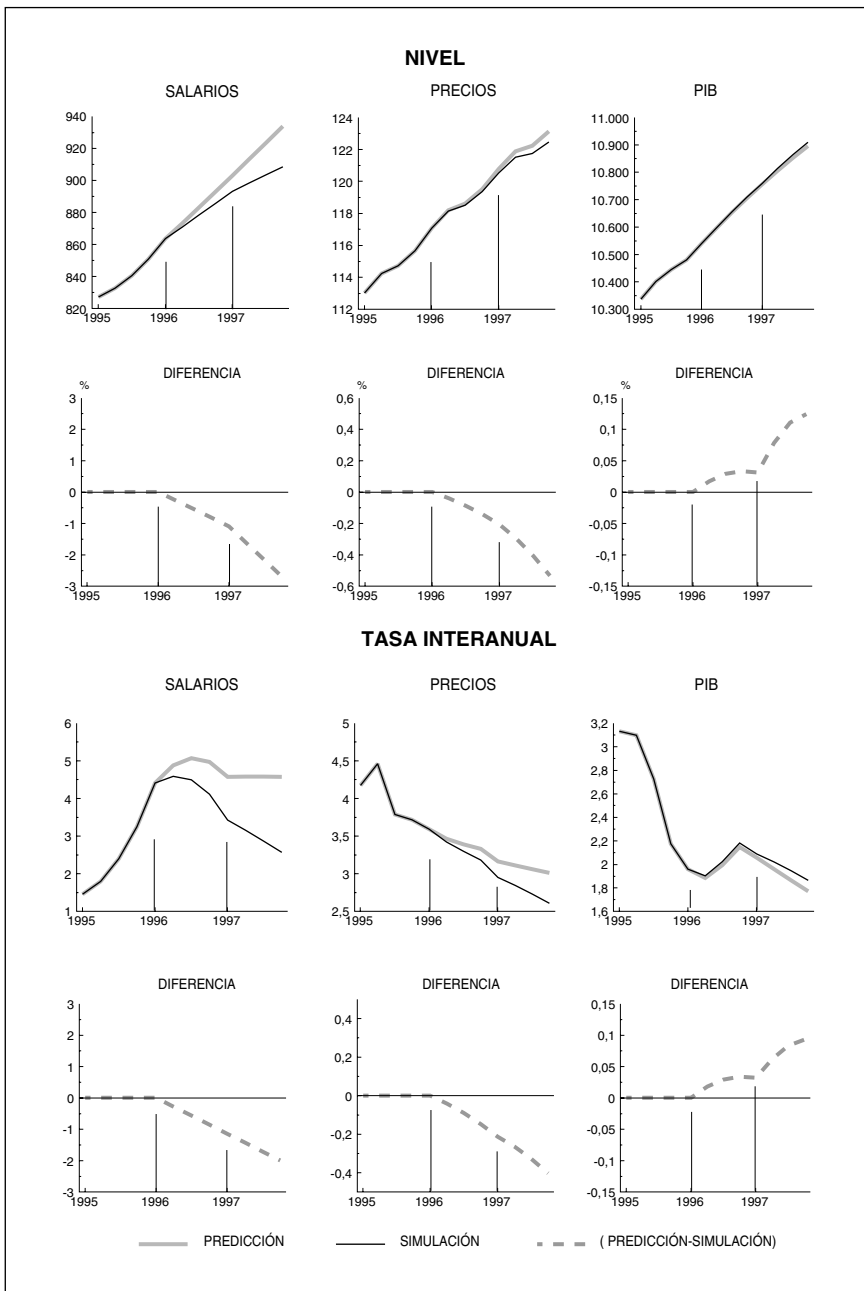
lidad de satisfacer el objetivo. Así, con una interpretación estricta, en el primer y segundo trimestre de 1997 se alcanzaron probabilidades del 88 % y del 99,9 %, mientras que, si se realiza una interpretación laxa del objetivo, los valores ascenderían al 95 % y al 99,9 %, respectivamente.

Además de permitir evaluar la probabilidad de cumplimiento de los objetivos de inflación establecidos en la programación monetaria, existen numerosas aplicaciones que se derivan de una caracterización plena de la distribución de probabilidad de las previsiones. A título de ejemplo, el gráfico VI.8 muestra la evolución de la probabilidad de que el crecimiento previsto para 1997 superase el previsto para 1996, según se iba disponiendo de las cifras correspondientes a 1996 y 1997. Del gráfico se puede destacar cómo la evolución de la economía española durante el año 1996 no ofrecía indicios claros de aceleración en el ejercicio 1997. Los datos del primer trimestre de 1997, por contra, supusieron un avance muy notable en el proceso de crecimiento, mostrando con claridad que la probabilidad de aceleración de la actividad respecto al año anterior era próxima al 100 %.

VI.4. Algunas simulaciones

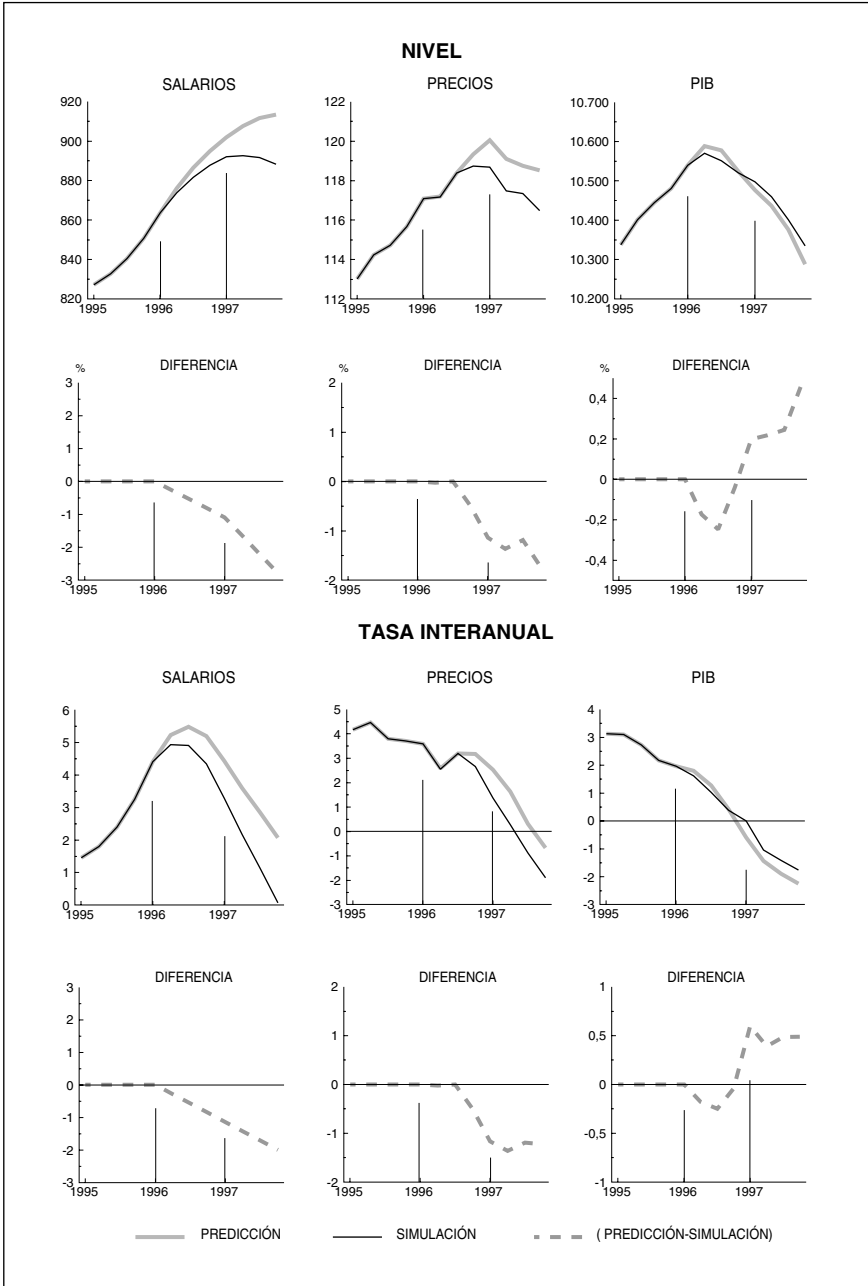
Una posibilidad que ofrecen modelos multivariantes como los considerados en apartados anteriores, frente a los modelos univariantes, es la

**SIMULACIÓN DE MODERACIÓN SALARIAL
MODELO BVAR**



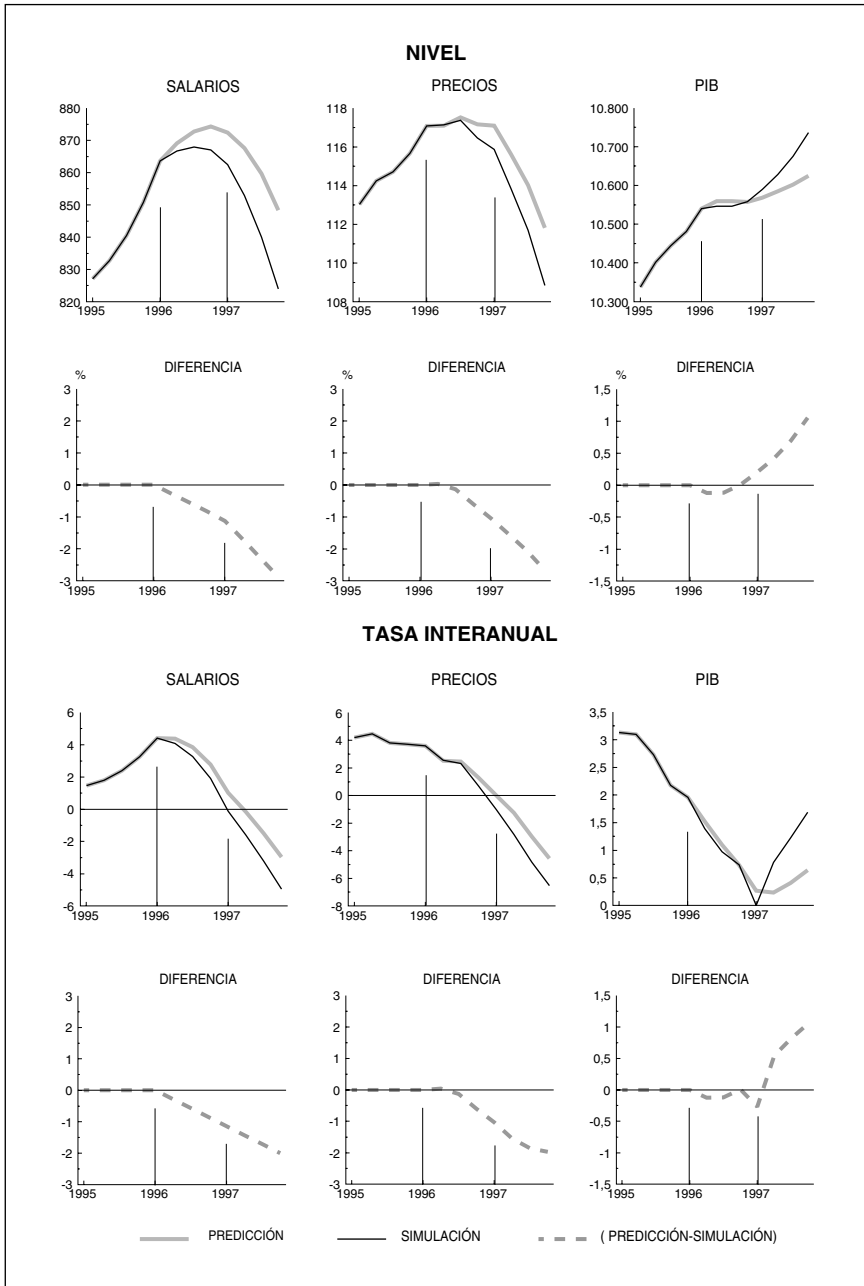
Fuente: Elaboración propia.

**SIMULACIÓN DE MODERACIÓN SALARIAL
MODELO UVAR**



Fuente: Elaboración propia.

**SIMULACIÓN DE MODERACIÓN SALARIAL
MODELO MIN**



Fuente: Elaboración propia.

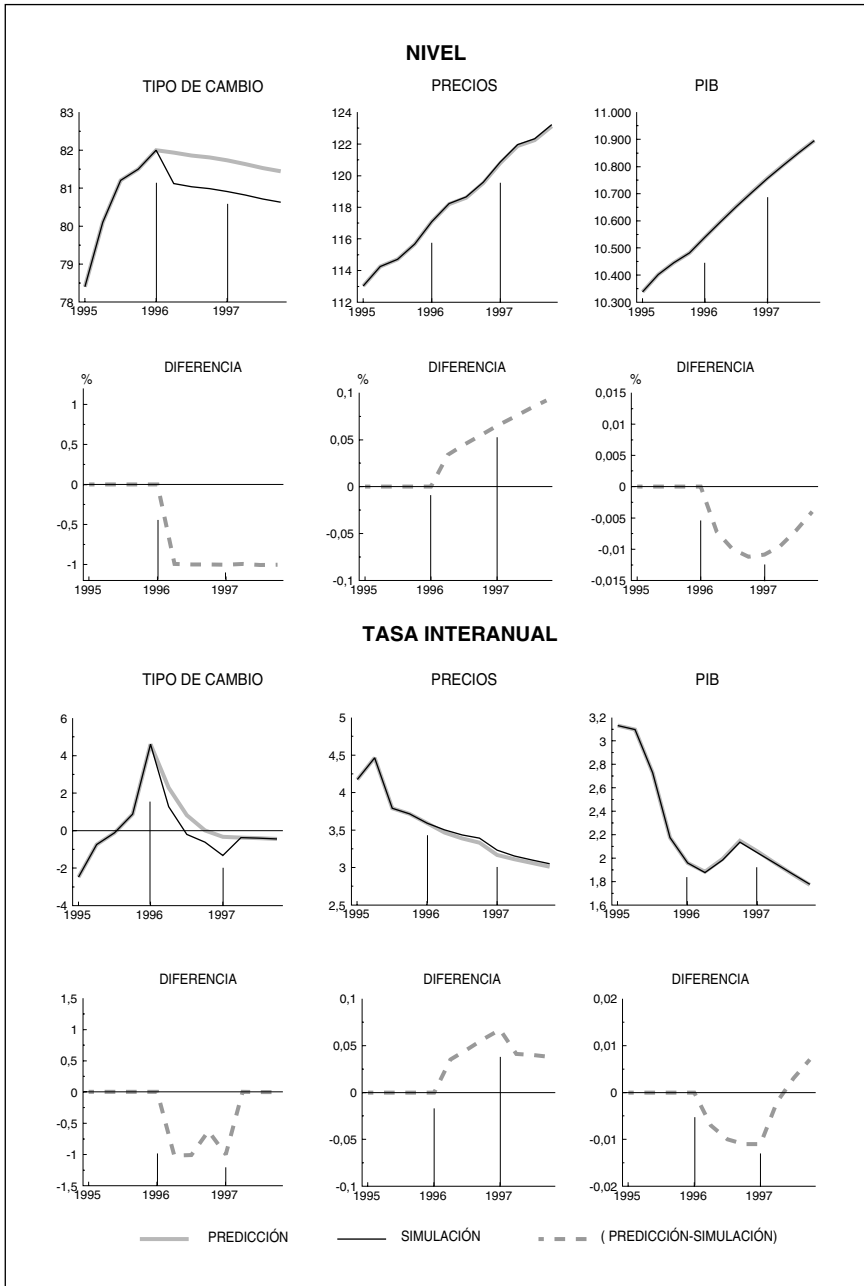
de realizar ejercicios de simulación; es decir, estimar el efecto sobre determinadas variables de modificaciones en las sendas de otras. En este apartado se recogen determinados ejercicios de simulación para los modelos BVAR, UVAR y MIN. Con el objeto de limitar la extensión de este apartado, la atención se centra en los efectos sobre la inflación y la actividad económica de modificaciones de los salarios nominales y del tipo de cambio.

Una consideración frecuente en macroeconomía es que la moderación de los salarios nominales es un requisito necesario para progresar hacia una situación de estabilidad de precios. Para analizar el efecto de una reducción de la inflación salarial en los diferentes modelos considerados se ha impuesto una senda en la que los salarios recortan gradualmente su ritmo de avance, de forma que, al cabo de dos años, su tasa de crecimiento interanual se sitúa dos puntos porcentuales por debajo de la predicción incondicional. Desde un punto de vista teórico, cabe esperar que la reducción de los salarios nominales, en un contexto de cierta rigidez de precios, se traduzca en una reducción del salario real que haga rentable a las empresas incrementar su nivel de contratación y expandir su producción. Este incremento de la oferta es el que presiona a la baja sobre los precios, permitiendo la reducción de la tasa de inflación. En los gráficos VI.9, VI.10 y VI.11 se recogen los resultados de estas simulaciones para los modelos BVAR, UVAR y MIN. De los mismos merece la pena destacar, además de la disparidad en las predicciones incondicionales de los diferentes modelos, los siguientes aspectos:

- 1) la coincidencia, en términos cualitativos, de las conclusiones de los diversos modelos;
- 2) la existencia de un efecto reductor sobre la tasa de inflación;
- 3) el incremento de la actividad económica, y
- 4) la disparidad de los efectos estimados, desde el punto de vista cuantitativo.

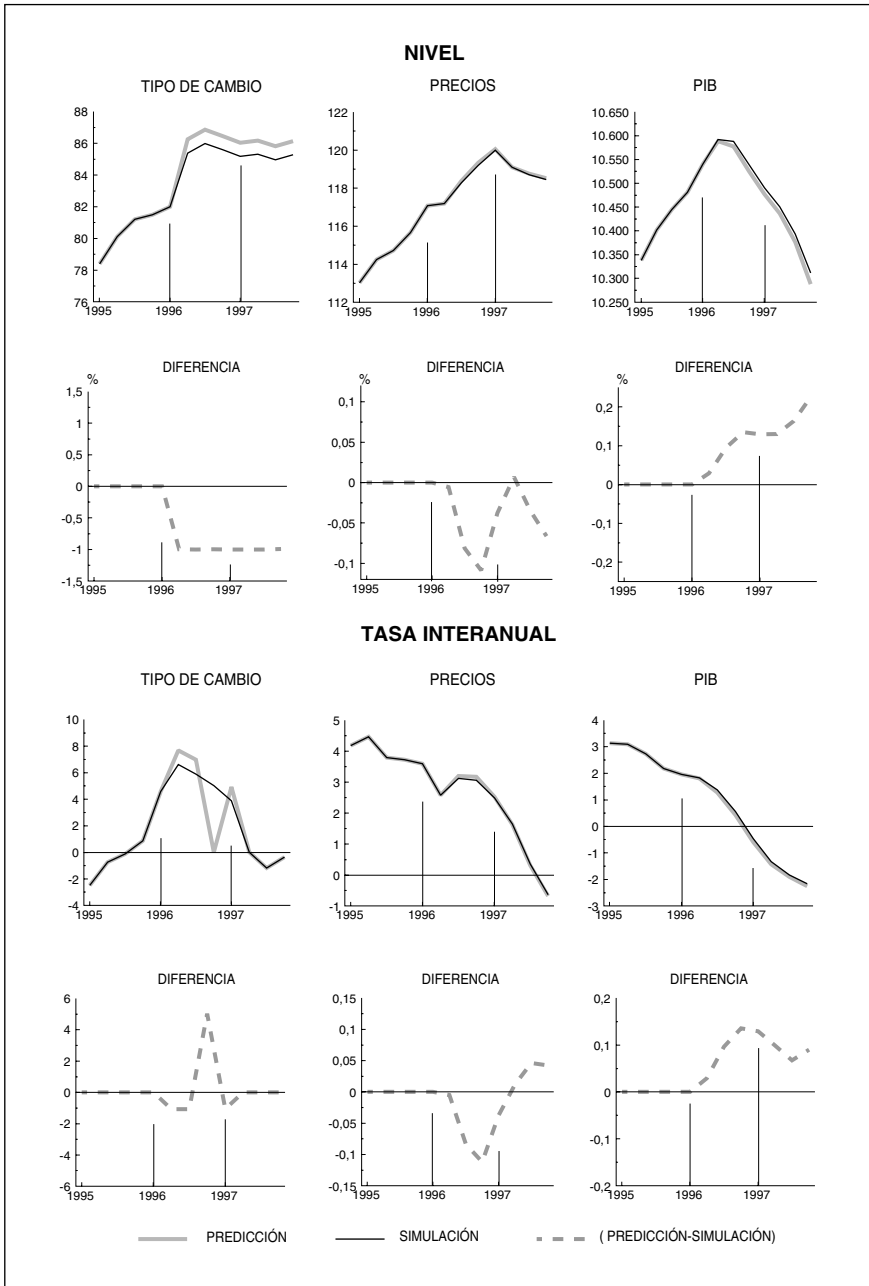
El efecto de las modificaciones cambiarias sobre los precios y el nivel de actividad suele ser objeto de considerable atención. Desde un punto de vista teórico, si bien suele haber acuerdo en que, en general, las depreciaciones se ven acompañadas de elevaciones en los precios, la respuesta del nivel de actividad ante un movimiento depreciatorio es ambigua. Por un lado, una depreciación del tipo de cambio nominal encarece los bienes importados, a la vez que abarata los bienes nacionales. El efecto de la mejora de la competitividad es incrementar las exportaciones netas y la producción. Por otro lado, es posible observar una contracción de la actividad, como consecuencia del desplazamiento de la

**SIMULACIÓN DE DEPRECIACIÓN DEL TIPO DE CAMBIO
MODELO BVAR**



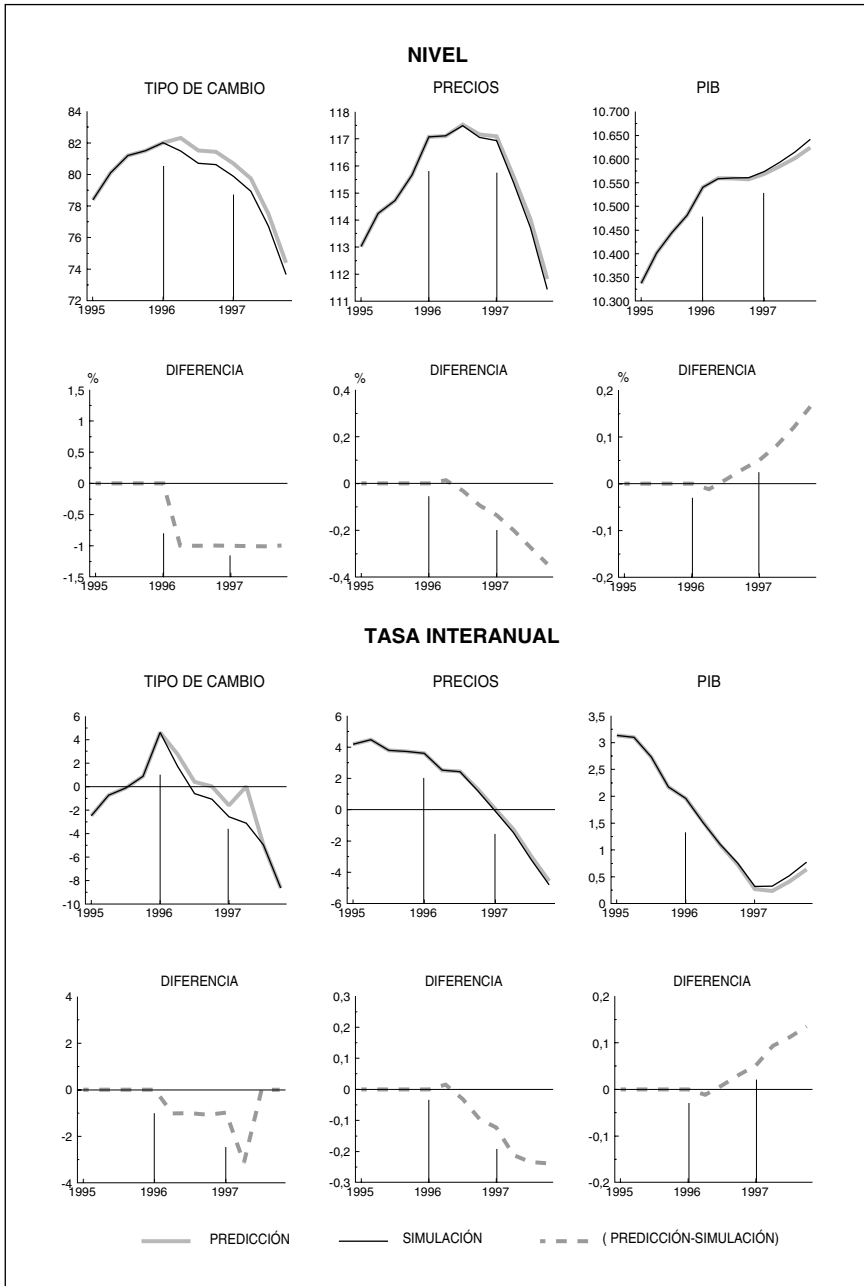
Fuente: Elaboración propia.

**SIMULACIÓN DE DEPRECIACIÓN DEL TIPO DE CAMBIO
MODELO UVAR**



Fuente: Elaboración propia.

**SIMULACIÓN DE DEPRECIACIÓN DEL TIPO DE CAMBIO
MODELO MIN**



Fuente: Elaboración propia.

oferta agregada. En efecto, el empleo de bienes intermedios importados en los procesos productivos provoca un aumento de su precio cuando se produce una devaluación. Si no existe posibilidad de sustituir plenamente estos bienes, se producirá un incremento de los costes de producción que motiva una contracción de la oferta, que, a su vez, tenderá a elevar los precios de los bienes y a reducir el nivel de actividad.

Para analizar el efecto de una devaluación permanente del tipo de cambio nominal, se representan en los gráficos VI.12, VI.13 y VI.14 los efectos estimados en los modelos BVAR, UVAR y MIN. Los rasgos más destacados de las simulaciones son los siguientes:

- 1) la disparidad cualitativa del impacto de la devaluación sobre los precios, y
- 2) la coincidencia en señalar un efecto expansivo sobre el nivel de actividad.

Podría resultar especialmente llamativo el hecho de que tanto el modelo UVAR como el modelo MIN encuentren que una depreciación conduce a disminuciones de los precios de los bienes nacionales. No obstante, hay que tener en cuenta que estos modelos muestran un comportamiento predictivo mucho menos satisfactorio que el modelo BVAR, por lo que las relaciones captadas entre las diferentes variables son mucho menos fiables. En este sentido, muchos autores mantienen que no se debería prestar mucha atención a las simulaciones obtenidas a partir de modelos que muestran un comportamiento predictivo insatisfactorio.

VII

CONCLUSIONES

El recurso a la metodología VAR ha seguido una tendencia creciente en los últimos años, habiendo pasado a convertirse en una herramienta de uso común entre los macroeconomistas empíricos. Esta expansión en su utilización se ha basado en sus tres rasgos básicos: la objetividad, la reproductibilidad y la sistematización del proceso de construcción del modelo econométrico. Estos rasgos subyacen en la descripción de la metodología que se presenta en la primera parte del trabajo, la cual comienza con una breve reseña histórica, para pasar a continuación a tratar las cuestiones de formulación, especificación, estimación e identificación de los modelos VAR. La descripción finaliza con una explicación de sus posibles aplicaciones.

En la segunda parte del trabajo se ha descrito un modelo macroeconómico BVAR, que de forma periódica se viene utilizando en el Servicio de Estudios del Banco de España para la proyección de las principales magnitudes de la economía española, así como para la realización de ejercicios de simulación, y que constituye un instrumento de apoyo para la toma de decisiones de política económica. El modelo ha sido construido con el fin de avanzar en la caracterización empírica de la economía española mediante el uso de técnicas bayesianas y elementos del análisis de series temporales.

Los ejercicios realizados con el modelo BVAR y su comparación con modelos cuantitativos alternativos apuntan una serie de resultados. Por un lado, con vistas a la predicción, el empleo de técnicas bayesianas se revela como una forma útil de extraer las relaciones estables entre el conjunto de macromagnitudes considerado. No obstante, es preciso resaltar que enfoques bayesianos sencillos (aquellos en los que no se produce una calibración de la distribución *a priori*, sino que se emplea una distribución basada en reglas empíricas sobre el comportamiento de series temporales macroeconómicas) fracasan a la hora de extraer las rela-

ciones más estables. Por otro lado, se constata que las interrelaciones existentes entre las diferentes variables consideradas ayudan a prever el comportamiento futuro de las distintas series modelizadas, y en especial de la tasa de inflación, con mayor exactitud que si se considerase únicamente la evolución de su propio pasado; es decir, resulta ventajoso el esfuerzo de pasar de aproximaciones univariantes a enfoques multivariantes de mayor complejidad. Asimismo, desde un punto de vista predictivo, resulta interesante destacar que las predicciones que se derivan del modelo BVAR son más certeras que las predicciones que lleva a cabo un conjunto amplio de analistas para la economía española.

Si bien las ganancias predictivas del modelo presentado parecen ser importantes, otro aspecto del modelo BVAR que resulta destacable es su grado de interpretabilidad. En este sentido, tanto de las relaciones dinámicas puestas de manifiesto con el examen de las funciones de respuesta al impulso como de los resultados de las simulaciones presentadas parece deducirse que la interpretación del modelo BVAR es, en general, más acorde con los resultados de la teoría económica que la de los modelos alternativos considerados. No obstante, se debe hacer hincapié en que, a pesar de que las interrelaciones detectadas permiten obtener predicciones más precisas y de que las respuestas son interpretables a la luz de la teoría económica, dichas interrelaciones son cuantitativamente reducidas.

Como se ha destacado en este estudio, la predicción en economía es un ejercicio inherentemente difícil, que tiene su reflejo en la incertidumbre que normalmente la acompaña. Ante esta situación, la actitud lógica debería ser intentar caracterizar dicha incertidumbre, en lugar de hacer caso omiso de ella, ofreciendo una falsa imagen de rigor y exactitud. En este sentido, una ventaja de los modelos econométricos cerrados, como el aquí empleado, es que permiten caracterizar la distribución de probabilidad de las previsiones. Asimismo, una vez obtenida dicha distribución, resulta sencillo evaluar la probabilidad de ocurrencia de determinados sucesos, como alcanzar los objetivos de inflación establecidos.

En suma, la experiencia adquirida en la andadura del modelo y los resultados obtenidos parecen indicar que este resulta ser una herramienta útil para el análisis y proyección de las principales macromagnitudes de la economía española.

BIBLIOGRAFÍA

- AHN, S. R. y G. C. REINSEL (1990). «Estimation for Partially nonstationary Multivariate Autoregressive Models», *Journal of the American Statistical Association*, 85, pp. 813-823.
- ÁLVAREZ, L. J. y F. C. BALLABRIGA (1994). *BVAR Models in the Context of Cointegration: A Monte Carlo Experiment*, Documento de Trabajo nº 9405, Servicio de Estudios, Banco de España.
- ÁLVAREZ, L. J., F. C. BALLABRIGA y J. JAREÑO (1995). *Un modelo macroeconómico trimestral para la economía española*, Documento de Trabajo nº 9524, Servicio de Estudios, Banco de España.
- (1997a). «Un modelo macroeconómico trimestral de predicción para la economía española», *Boletín económico*, Banco de España, enero, pp. 71-78.
- (1997b). «Un modelo BVAR de predicción para la economía española», en *La política monetaria y la inflación en España*, Servicio de Estudios del Banco de España (ed.), Alianza Editorial, Madrid, pp. 443-480.
- ÁLVAREZ, L. J., J. C. DELRIEU y J. JAREÑO (1997). «Restricted Forecasts and Economic Target Monitoring: An Application to the Spanish Consumer Price Index», *Journal of Policy Modeling*, vol. 19, nº 3, pp. 333-349.
- ÁLVAREZ, L. J., J. JAREÑO y M. SEBASTIÁN (1993). «Salarios privados, salarios públicos e inflación dual», *Papeles de Economía Española*, 56, pp. 58-77.
- ÁLVAREZ, L. J. y M. SEBASTIÁN (1998). «La inflación permanente y latente en España: una perspectiva macroeconómica», *Revista Española de Economía*, vol. 15, nº 1, pp. 37-65.
- ARTOLA, C., P. GARCÍA PEREA y R. GÓMEZ (1997). «El cambio censal de 1991 y el empleo según la Encuesta de Población Activa», Documento C/1997/77, Banco de España, Servicio de Estudios.
- BALLABRIGA, F. C. (1988). *Transmission mechanisms in a open economy: Spain 1969-1984*, Universidad de Minnesota, Tesis doctoral.
- (1991). «Instrumentación de la metodología VAR», *Cuadernos Económicos de ICE*, 48, pp. 85-104.
- (1997). *Bayesian Vector Autoregressions*, Paper ESADE, nº 155, Barcelona.
- BALLABRIGA, F. C. y M. SEBASTIÁN (1993). «Déficit público y tipos de interés en la economía española: ¿existe evidencia de causalidad?», *Revista Española de Economía*, 10, pp. 283-306.
- BANCO DE ESPAÑA (1996). «Objetivos e instrumentación de la política monetaria», *Boletín económico*, diciembre.
- BERNANKE, B. (1986). «Alternative Explanations of the Money Income Correlation», *Carnegie-Rochester Conferences Series in Public Policy*, 25, pp. 49-100.

- BLANCHARD, O. y M. WATSON (1986). «Are Business Cycles All Alike?», en Gordon, R. (ed.), *The American Business Cycle*, University of Chicago Press, Chicago.
- BLANCHARD, O. y D. QUAH (1989). «The Dynamic Effects of Aggregate Demand and Supply Disturbances», *American Economic Review*, 79, pp. 655-673.
- CAMPILLO, M. (1992). «Los tipos de interés y las sorpresas monetarias», *Investigaciones Económicas*, vol. 16, n° 2, pp. 205-223.
- CAMPILLO, M. y J. F. JIMENO (1993). «La importancia relativa de los *shocks* agregados y de los *shocks* microeconómicos en las fluctuaciones de la economía española», *Revista Española de Economía*, vol. 10, n° 2.
- CANOVA, F. (1995). «Vector Autoregressive Models: Specification, Estimation, Inference and Forecasting», en Pesaran, M. Hashem y Wickens, Mike (ed.), *Handbook of applied econometrics*, Blackwell Publishers Ltd.
- CLEMENTS, M. P. y G. E. MIZON (1991). «Empirical Analysis of Macroeconomic Time Series: VAR and Structural Models», *European Economic Review*, 35, pp. 887-917.
- COOLEY, T. y S. LEROY (1985). «Atheoretical Macroeconometrics: A Critique», *Journal of Monetary Economics*, 16, pp. 283-308.
- DOAN, T., R. LITTERMAN y C. SIMS (1984). «Forecasting and Conditional Projections Using Realistic Prior Distributions», *Econometric Reviews*, vol. 3, n° 1, pp. 1-100.
- DURBIN, S. (1970). «Testing for Serial Correlation in Least Square Regression When Some of the Regressors Are Lagged Dependent Variables», *Econometrica*, 38, pp. 410-421.
- GARCÍA PEREA, P. y R. GÓMEZ (1994). *Elaboración de series históricas de empleo a partir de la Encuesta de Población Activa (1964-1992)*, Documento de Trabajo n° 9409, Servicio de Estudios, Banco de España.
- GRANGER, C. W. J. y P. NEWBOLD (1986). *Forecasting Economic Time Series*, Academic Press.
- HARVEY, A. C. (1981). *The Econometric Analysis of Time Series*, John Wiley & Sons, Nueva York.
- INGRAM, B. F. y C. H. WHITEMAN (1994). «Supplanting the "Minnesota" prior. Forecasting macroeconomic time series using real business cycle model priors», *Journal of Monetary Economics*, 34, pp. 497-510.
- KLEIN, L. R. (1947). «The Use of Econometric Models as a Guide to Economic Policy», *Econometrica*, vol. 15, n° 2, pp. 111-151.
- LITTERMAN, R. (1980). *Techniques for Forecasting with Vector Autoregressions*, University of Minnesota, Ph. D. Thesis.
- LIU (1960). «Underidentification, Structural Estimation and Forecasting», *Econometrica*, 28, pp. 855-865.
- LUCAS, R. E. (1976). «Econometric Policy Evaluation: A Critique», *Carnegie-Rochester Conferences on Public Policy*, vol. 1, pp. 19-46.
- LÜTKEPOHL, H. (1990). «Asymptotic Distributions of Impulse Response Functions and Forecast Error Decompositions of Vector of Autoregressive Models», *Review of Economics and Statistics*, 72, pp. 116-125.
- (1991). *Introduction to Multiple Time Series Analysis*, Springer Verlag, Nueva York.
- MATEA, M^a LI., J. BRIONES y A. V. REGIL (1993). «El cambio de base del IPC. Construcción de series históricas homogéneas con base 1992», Documento interno C/1993/73, Servicio de Estudios, Banco de España.

- PARK, J. Y. y P. C. B. PHILLIPS (1989). «Statistical Inference in Regressions with Integrated Processes. Part 2», *Econometric Theory*, 5, pp. 95-131.
- PHILLIPS, P. C. B. (1991). «Bayesian Routes and Units Roots: de Rebus Prioribus Semper Est Disputandum», *Journal of Applied Econometrics*, 6, pp. 435-473.
- QUENOUILLE (1957). *The Analysis of Multiple Time Series*, Griffin.
- RUNKLE, D. E. (1987). «Vector Autoregressions and Reality», *Journal of Business and Economic Statistics*, vol. 5, n° 4, pp. 437-442.
- SAMARANAYAKE, V. A. y D. P. HASZA (1988). «Properties of predictors for multivariate autoregressive models with estimated parameters», *Journal of Time Series Analysis*, vol. 9, n° 4, pp. 361-383.
- SIMS, C. A. (1972). «Money, Income and Causality», *American Economic Review*, vol. 62, n° 1, pp. 540-553.
- (1980). «Macroeconomics and Reality», *Econometrica*, vol. 48, n° 1, pp. 1-48.
- (1986a). «Are Forecasting Models Usable for Policy Analysis?», *Quarterly Review*, Invierno, 2-16, Federal Reserve Bank of Minneapolis, Minneapolis.
- (1986b). *Bayesmith: a program for multivariate Bayesian interpolation*, Discussion Paper 234, University of Minnesota, Center for Economic Research.
- (1989). *A Nine Variable Probabilistic Model of the US Economy*, Discussion Paper 14, Federal Reserve of Minneapolis, Institute for Empirical Macroeconomics.
- (1991a). «Comment on "Empirical Analysis of Macroeconomic Time Series: VAR and Structural Models" by Clements and Mizon», *European Economic Review*, 35, pp. 922-932.
- (1991b). «Comment on "To criticize the critics" by Peter C. B. Phillips», *Journal of Applied Econometrics*, 6, pp. 423-34.
- SIMS, C. A., J. STOCK y M. WATSON (1990). «Inference in Linear Time Series Models with Some Unit Roots», *Econometrica*, 58, pp. 113-144.
- THEIL, H. (1971). *Principles of Econometrics*, John Wiley, Nueva York.

ÍNDICE DE CUADROS

	<u>Páginas</u>
CUADRO III.1	
Series utilizadas en el modelo: fuentes	69
CUADRO IV.1	
Hiperparámetros de los que dependen la media y varianza <i>a priori</i> de los coeficientes del modelo	73
CUADRO IV.2	
Hiperparámetros asociados a las formas reducidas.....	81
CUADRO V.1	
Coeficientes estructurales estimados	86
CUADRO V.2	
Descomposición de varianza. Modelo BVAR.....	91
CUADRO V.3	
Descomposición de varianza. Modelo UVAR	93
CUADRO VI.1	
Ajuste global de los modelos	97
CUADRO VI.2	
Error absoluto medio de predicción. Período 1990:I - 1996:IV .	98
CUADRO VI.3	
Error absoluto medio de predicción. Período 1995:I - 1996:IV .	103

ÍNDICE DE GRÁFICOS

	<i>Páginas</i>
GRÁFICO I.1	
Rasgos básicos de la información <i>a priori</i>	30
 GRÁFICO III.1	
Fases de la selección de variables	64
GRÁFICO III.2	
Series utilizadas en el modelo: niveles	67
GRÁFICO III.3	
Series utilizadas en el modelo: tasas interanuales	68
 GRÁFICO V.1	
Esquema de identificación de referencia	84
GRÁFICO V.2	
Función de respuesta al impulso. Modelos BVAR y UVAR	88
GRÁFICO V.3	
Función de respuesta al impulso. Modelo BVAR	89
GRÁFICO V.4	
Función de respuesta al impulso. Modelo UVAR	90
 GRÁFICO VI.1	
Comparación de predicciones entre los modelos BVAR y UVAR	100
GRÁFICO VI.2	
Comparación de predicciones entre los modelos BVAR y BAR	101
GRÁFICO VI.3	
Comparación de predicciones entre los modelos BVAR y MIN	102
GRÁFICO VI.4	
Inflación y crecimiento en 1995 y 1996. Modelo BVAR y predicciones del sector privado	104
GRÁFICO VI.5	
Incertidumbre de la previsión	106
GRÁFICO VI.6	
Distribución de probabilidad y cumplimiento de objetivos	108

GRÁFICO VI.7	
Probabilidad de cumplimiento de la referencia intermedia de inflación para 1997	108
GRÁFICO VI.8	
Probabilidad de aceleración del crecimiento en 1997	109
GRÁFICO VI.9	
Simulación de moderación salarial. Modelo BVAR.	110
GRÁFICO VI.10	
Simulación de moderación salarial. Modelo UVAR	111
GRÁFICO VI.11	
Simulación de moderación salarial. Modelo MIN	112
GRÁFICO VI.12	
Simulación de depreciación del tipo de cambio. Modelo BVAR .	114
GRÁFICO VI.13	
Simulación de depreciación del tipo de cambio. Modelo UVAR .	115
GRÁFICO VI.14	
Simulación de depreciación del tipo de cambio. Modelo MIN. .	116

**PUBLICACIONES DE LA SERIE
«ESTUDIOS ECONÓMICOS»
DEL SERVICIO DE ESTUDIOS DEL BANCO DE ESPAÑA (1)**

1. **Julio Rodríguez López:** Una estimación del producto interior bruto trimestral de España, 1958-1971 (1972). (Publicadas nuevas versiones en Documentos de Trabajo núms. 8211 y 8301.)
2. **Vicent Poveda Anadón y Pedro Martínez Méndez:** El empleo de tasas de variación como indicadores cíclicos (1973) (*).
3. **Ignacio Garrido Sánchez:** El rendimiento interno de las obligaciones, 1960-1973 (1974) (*).
4. **Francisco Martín Bourgón:** Rendimiento de una cartera de valores en España en el período 1961-1972 (1974) (*).
5. **José Manuel Olarra Jiménez:** Medidas de política monetaria adoptadas en el período 1957-1973 (1974) (2ª edición: 1976).
6. **José Pérez Fernández:** Un modelo para el sector financiero de la economía española (1975) (*).
7. **Julio Rodríguez López:** Las encuestas coyunturales, su empleo en España (1975).
8. **Ana Sánchez Trujillo:** Relaciones econométricas sobre precios y salarios en la economía española (1977).
9. **José Pérez Fernández:** El tipo de rendimiento de las obligaciones y la demanda de depósitos (1977).
10. **Luis Ángel Rojo y José Pérez Fernández:** La política monetaria en España: objetivos e instrumentos (1977) (*).
11. **Antoni Espasa:** Estimación y selección de modelos econométricos dinámicos (1978).
12. **Jesús Albarracín Gómez:** La función de inversión bajo una tecnología Putty-Clay: un intento de estimación para la economía española (1978).
13. **Julio Rodríguez López:** Una estimación de la función de inversión en viviendas en España (1978).
14. **José María Bonilla:** Funciones de importación y exportación en la economía española (1978).
15. **Antoni Espasa:** El paro registrado no agrícola, 1964-1976: un ejercicio de análisis estadístico univariante de series económicas (1978).
16. **Miguel Ángel Arnedo Orbañanos:** Formulación de un índice de posición efectiva de la peseta mediante medias geométricas (1978).
17. **Adolfo Sánchez Real:** La financiación del sector eléctrico. La utilización del mercado de valores (1979).
18. **Antoni Espasa:** La predicción económica (1980).
19. **Agustín Maravall:** Desestacionalización y política monetaria. La serie de depósitos del sistema bancario (1981).
20. **Pedro Martínez Méndez:** El control monetario a través de la base monetaria: la experiencia española (1981).
21. **Agustín Maravall:** Errores de medición del crecimiento a corto plazo de series monetarias desestacionalizadas: una fundamentación estadística de las bandas de tolerancia (1981).

(1) El Banco de España, al publicar, en esta serie, documentos internos elaborados en su Servicio de Estudios, pretende facilitar la difusión de estudios de interés que contribuyan al mejor conocimiento de la economía española. El Banco de España no hace suyas, sin embargo, necesariamente, las opiniones expresadas en dichos trabajos cuando aparezcan publicados con la firma de su autor.

(*) Las publicaciones señaladas con asterisco se encuentran agotadas.

22. **Ricardo Sanz:** Métodos de desagregación temporal de series económicas (1982). (Publicada una versión inglesa en Documento de Trabajo núm. 8313.)
23. **Pedro Martínez Méndez:** El proceso de ajuste de la economía española: 1973-1980 (1982) (*).
24. **Rafael Álvarez Blanco:** El sector público en España: clasificación, fuentes y cuentas (1982) (*).
25. **Agustín Maravall:** Detección de no-linealidad y predicción por medio de procesos estocásticos bilineales con una aplicación al control monetario en España (1982).
26. **Jesús Albarracín Gómez:** Las tendencias básicas de la población, el empleo y el paro en el período 1964 a 1980 (1982).
27. **Juan José Dolado:** Procedimientos de búsqueda de especificación dinámica: el caso de la demanda de M_3 en España (1982).
28. **Jimena García-Pardo:** La demanda de fuel-oil en España (1982).
29. **Gonzalo Gil:** Sistema financiero español (4ª edición actualizada, 1986) (vol. extra). (Publicada una versión inglesa bajo el título Spanish Financial System.)
30. **Claire Craik:** La formación de los precios alimenticios: 1968-1981 (1983).
31. **José Luis Malo de Molina:** Las series desagregadas de salarios (1983).
32. **Antoni Espasa:** Un estudio econométrico de la tasa de variación del empleo de la economía española (1983).
33. **José Viñals:** Los shocks de oferta y el proceso de ajuste macroeconómico (1983).
34. **José Luis Malo de Molina:** ¿Rigidez o flexibilidad del mercado de trabajo? La experiencia española durante la crisis (1983).
35. **Joaquina Paricio Torregrosa:** La dinámica salarial en el período 1963-1976. Un análisis desagregado (1984).
36. **Ignacio Mauleón:** La demanda de activos de caja del sistema bancario en el período 1978-1982: un estudio empírico (1984).
37. **Gonzalo Gil:** Aspectos financieros y monetarios de la integración española en la Comunidad Económica Europea (vol. extra) (1985).
38. **Fernando Gutiérrez y Eduardo Fernández:** La empresa española y su financiación (1963-1982). (Análisis elaborado a partir de una muestra de 21 empresas cotizadas en Bolsa) (1985).
39. **Pedro Martínez Méndez:** Los gastos financieros y los resultados empresariales en condiciones de inflación (1986).
40. **Ignacio Mauleón, José Pérez Fernández y Beatriz Sanz:** Los activos de caja y la oferta de dinero (1986).
41. **María Dolores Grandal Martín:** Mecanismos de formación de expectativas en mercados con retardo fijo de oferta: el mercado de la patata en España (1986).
42. **J. Ruiz-Castillo:** La medición de la pobreza y de la desigualdad en España, 1980-1981 (1987).
43. **I. Argimón Maza y J. Marín Arcas:** La progresividad de la imposición sobre la renta (1989).
44. **Antonio Rosas Cervantes:** El Sistema Nacional de Compensación Electrónica (Primera edición, 1991. Segunda edición actualizada, 1995).
45. **María Teresa Sastre de Miguel:** La determinación de los tipos de interés activos y pasivos de bancos y cajas de ahorro (1991).
46. **José Manuel González-Páramo:** Imposición personal e incentivos fiscales al ahorro en España (1991).
47. **Pilar Álvarez y Cristina Iglesias-Sarria:** La banca extranjera en España en el período 1978-1990 (1992).
48. **Juan Luis Vega:** El papel del crédito en el mecanismo de transmisión monetaria (1992).

49. **Carlos Chuliá:** Mercado español de pagarés de empresa (1992).
50. **Miguel Pellicer:** Los mercados financieros organizados en España (1992).
51. **Eloísa Ortega:** La inversión extranjera directa en España (1986-1990) (1992).
52. **Alberto Cabrero, José Luis Escrivá y Teresa Sastre:** Ecuaciones de demanda para los nuevos agregados monetarios (1992). (Publicada una versión inglesa con el mismo número.)
53. **Ángel Luis Gómez Jiménez y José María Roldán Alegre:** Análisis de la política fiscal en España con una perspectiva macroeconómica (1988-1994) (1995). (Publicada una versión inglesa con el mismo número.)
54. **Juan María Peñalosa:** El papel de la posición financiera de los agentes económicos en la transmisión de la política monetaria (1996).
55. **Isabel Argimón Maza:** El comportamiento del ahorro y su composición: evidencia empírica para algunos países de la Unión Europea (1996).
56. **Juan Ayuso Huertas:** Riesgo cambiario y riesgo de tipo de interés bajo regímenes alternativos de tipo de cambio (1996).
57. **Olympia Bover, Manuel Arellano y Samuel Bentolila:** Duración del desempleo, duración de las prestaciones y ciclo económico (1996). (Publicada una versión inglesa con el mismo número.)
58. **José Marín Arcas:** Efectos estabilizadores de la política fiscal. Tomos I y II (1997). (Publicada una versión inglesa con el mismo número.)
59. **José Luis Escrivá, Ignacio Fuentes, Fernando Gutiérrez y M^a Teresa Sastre:** El sistema bancario español ante la Unión Monetaria Europea (1997).
60. **Ana Buisán y Esther Gordo:** El sector exterior en España (1997).
61. **Ángel Estrada, Francisco de Castro, Ignacio Hernando y Javier Vallés:** La inversión en España (1997).
62. **Enrique Alberola Ila:** España en la Unión Monetaria. Una aproximación a sus costes y beneficios (1998).
63. **Gabriel Quirós (coordinador):** Mercado español de deuda pública. Tomos I y II (1998).
64. **Fernando C. Ballabriga, Luis Julián Álvarez González y Javier Jareño Morago:** Un modelo macroeconómico BVAR para la economía española: metodología y resultados (1998).

the 1990s, the number of people in the UK who are employed in the public sector has increased from 10.5 million to 13.5 million, and the number of people in the public sector who are employed in health care has increased from 2.5 million to 3.5 million (Department of Health 2000).

There are a number of reasons for the increase in the number of people employed in the public sector. One reason is that the public sector has become a more important part of the economy. Another reason is that the public sector has become a more attractive place to work. A third reason is that the public sector has become a more important part of the welfare state.

The increase in the number of people employed in the public sector has led to a number of changes in the way that the public sector is organized. One change is that the public sector has become more decentralized. Another change is that the public sector has become more marketized. A third change is that the public sector has become more privatized.

The increase in the number of people employed in the public sector has also led to a number of changes in the way that the public sector is funded. One change is that the public sector has become more dependent on government funding. Another change is that the public sector has become more dependent on private funding. A third change is that the public sector has become more dependent on user fees.

The increase in the number of people employed in the public sector has also led to a number of changes in the way that the public sector is managed. One change is that the public sector has become more professionalized. Another change is that the public sector has become more bureaucratic. A third change is that the public sector has become more hierarchical.

The increase in the number of people employed in the public sector has also led to a number of changes in the way that the public sector is evaluated. One change is that the public sector has become more performance oriented. Another change is that the public sector has become more cost conscious. A third change is that the public sector has become more customer focused.

The increase in the number of people employed in the public sector has also led to a number of changes in the way that the public sector is perceived. One change is that the public sector has become more respected. Another change is that the public sector has become more valued. A third change is that the public sector has become more trusted.

The increase in the number of people employed in the public sector has also led to a number of changes in the way that the public sector is viewed. One change is that the public sector has become more important. Another change is that the public sector has become more central. A third change is that the public sector has become more essential.